Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 1

1. Доказать, что все нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t\!(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$ одинаково удалены от начала координат.

2. Найти огибающую семейства прямых, образующих с координатными осями треугольники постоянной площади S.

3. Задать кривую $\alpha(t) = {}^t\!(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$ с помощью натурального параметра.

4. Составить уравнения эволюты кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1 + \cos\varphi)$.

5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали, а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t\!(u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$ в точке $f(p)$, где $p(1, \pi/2)$.

6. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t\!(u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$ в точке $M(1, 3, 4)$.

7. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t\!(a\cos u\cos v, a\cos u\sin v, b\sin u)$.

8. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ $(x \neq 1)$ вокруг оси Ox.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 2

1. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u^2+v^2, u^2-v^2, v)$.

2. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(\cos^3 t, \sin^3 t)$.

3. Доказать, что линии $y = \sin x$, $y = x^4 - \dfrac{1}{6}x^3 + x$ имеют в начале координат касание третьего порядка.

4. Найти огибающую семейства окружностей радиуса r, центры которых описывают окружность радиуса R.

5. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \frac{t^2}{4})$.

6. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$.

7. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ вокруг оси Oy.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(2u - v, u^2 + v^2, u^3 - v^3)$ в точке $M(3,5,7)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 3

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \sin t)$.

2. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, av)$.

3. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(t^3 - 2t, t^2 + 1)$ в точке $A(t = 1)$.

4. Найти огибающую семейства линий $(x - t)^2 + y^2 = a^2$.

5. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$.

6. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$.

7. Исследовать характер точек на эллипсоиде.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(u + v, u - v, uv)$ в точке $f(p)$, где $p(2,1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 4

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t, a\,\mathrm{ch}(t/a))$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(\cos t^3, \sin t^3)$ в точке $A(t = \pi/4)$.

3. Найти асимптотические линии эллиптического параболоида.

4. Найти огибающую семейства линий $(x - t)^2 + (y - t)^2 = t^2$.

5. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a\,\mathrm{ch}\,t, b\,\mathrm{sh}\,t)$.

6. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, u^2)$.

7. Исследовать характер точек на однополостном гиперболоиде.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, u)$ в точке $f(p)$, где $p(2, \pi/4)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 5

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t^2/(2p), t)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$ в точке $A(t = \pi/4)$.

3. Найти огибающую семейства линий $x\cos t + y\sin t - p = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^4)$.

5. Найти асимптотические линии эллиптического цилиндра.

6. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a\cos v, a\sin v, u)$.

7. Исследовать характер точек на двуполостном гиперболоиде.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $z = x^3 + y^3$ в точке $M(1, 2, 9)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 6

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t^2, t^3)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t\left(\frac{a}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right), \frac{b}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)\right)$ в произвольной точке..

3. Найти огибающую семейства линий $y = (x - t)^3$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^5)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, ku)$, $u \neq 0$.

6. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.

7. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке $M(3, 4, 12)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 7

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $(x^2+y^2)x-ay^2 = 0$ в точке $A(a/2, a/2)$.

3. Найти огибающую семейства линий $y^2 - (x-t)^3 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \sin t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a\,\mathrm{ch}(u/a)\cos v, a\,\mathrm{ch}(u/a)\sin v, u)$.

6. Найти линии кривизны параболического цилиндра.

7. Исследовать характер точек на гиперболическом параболоиде.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$ в точке $M(3, 1, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 8

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(a \operatorname{ch} t, b \operatorname{sh} t)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = C$ в произвольной точке.

3. Найти огибающую семейства линий $y^3 - (x - t)^2 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a(\ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$, $u \neq \pi/2$.

6. Найти линии кривизны тора $f(u, v) = {}^t((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$.

7. Исследовать характер точек на эллиптическом цилиндре.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$ в точке $M(1, 2, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 9

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a\varphi$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $r = a\varphi$ в произвольной точке.

3. Найти огибающую семейства линий $3(y-t)^2 - 2(x-t)^3 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \operatorname{tg} t)$ $(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2})$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, \varphi(u) + av)$.

6. Найти асимптотические линии поверхности $f(u,v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, av)$.

7. Исследовать характер точек на гиперболическом цилиндре.

8. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $xyz = 1$, параллельной плоскости $x + y + z - 3 = 0$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 10

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1+\cos\varphi)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$.

3. Найти огибающую семейства линий $(1-t^2)x + 2ty - a = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a\ln\operatorname{tg}(t/2) + \cos t, a\sin t)$.

5. Найти угол, под которым пересекаются прямолинейные образующие гиперболического параболоида $z = axy$.

6. Найти асимптотические линии поверхности $f(u,v) = {}^t(\operatorname{ch}u\cos v, \operatorname{ch}u\sin v, u)$.

7. Исследовать характер точек на параболическом цилиндре.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$ в точке $f(p)$, где $p(\arccos(3/5), \arccos(4/5))$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 11

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^{3/2})$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 - 6x = 9$.

3. Найти огибающую семейства линий $t^2(x - a) - ty - a = 0$.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^{3/2})$.

5. Найти длину кривой $v = 4u$ от $u_0 = 1$ до $u_1 = 2$ вдоль поверхности $f(u, v) = {}^t(u^2 + v^2, u^2 - v^2, uv)$.

6. Найти асимптотические линии однополостного гиперболоида.

7. Исследовать характер точек на конусе (без вершины).

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали, а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$ в точке $f(p)$, где $p(1, \pi/2)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 12

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $x^2 + y^2 + 2x = 7$, $y^2 = 4x$.

3. Найти огибающую семейства окружностей, построенных как на диаметрах на фокальных радиус-векторах параболы $y^2 = 2px$.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln t)$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллипсоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$.

6. Показать, что линия $\alpha(t) = {}^t(\dfrac{2}{1+t}, \dfrac{2}{1-t}, t)$ является асимптотической линией поверхности $z = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2}$.

7. Найти омбилические точки на поверхности, полученной вращением синусоиды $y = \sin x$ $(x \neq k\pi)$ вокруг оси Ox.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$ в точке $M(1, 3, 3)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 13

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t\!\left(t, \ln\dfrac{e^t+1}{e^t-1}\right)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y = \sin x$, $y = \cos x$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси абсцисс.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах двуполостного гиперболоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$.

6. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ $(x \neq 1)$ вокруг оси Ox.

7. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u^2+v^2, u^2-v^2, v)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(2u-v, u^2+v^2, u^3-v^3)$ в точке $M(3,5,7)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 14

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\cos t + t\sin t, a\sin t - t\cos t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y = x^2 - x$, $y = x - x^2$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси ординат.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(a\ln \mathrm{tg}(t/2) + \cos t, a\sin t)$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершине эллиптического параболоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 2z$.

6. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ вокруг оси Oy.

7. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, av)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(u+v, u-v, uv)$ в точке $f(p)$, где $p(2,1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 15

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t\!(a \ln \mathrm{tg}(t/2) + \cos t, a \sin t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y^2 = 2ax + a^2$, $y^2 = -2bx + b^2$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси абсцисс.

4. Найти параметризацию кривой, заданной натуральным уравнением $k = \frac{1}{s}$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t\!(a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$.

6. Исследовать характер точек на эллипсоиде.

7. Найти асимптотические линии эллиптического параболоида.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t\!(u \cos v, u \sin v, u)$ в точке $f(p)$, где $p(2, \pi/4)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 16

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 0$, $t_2 = 2$ кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t - (1/2)\operatorname{sh} 2t, 2\operatorname{ch} t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $x^2 - y^2 = a$, $xy = b$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси ординат.

4. Найти параметризацию кривой, заданной натуральным уравнением $k = \frac{1}{s^2+1}$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t\!(a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$.

6. Исследовать характер точек на однополостном гиперболоиде.

7. Найти линии кривизны эллиптического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $z = x^3 + y^3$ в точке $M(1, 2, 9)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 17

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 0$, $t_2 = \sqrt{2}$ кривой $\alpha(t) = {}^t(8at^3, 3a(2t^2 - t^4))$.

2. Найти порядок касания в начале координат линий $y = \sin x$ и $y = \operatorname{tg} x$.

3. Найти огибающую семейства прямых, образующих с координатными осями треугольники постоянной площади S.

4. Составить уравнения эволюты кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1 + \cos\varphi)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$.

6. Исследовать характер точек на двуполостном гиперболоиде.

7. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке $M(3, 4, 12)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 18

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 0$, $t_2 = \pi/3$ кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln\cos t)$.

2. Найти порядок касания в начале координат линий $y = x^3$ и $y = x\sin x$.

3. Найти огибающую семейства окружностей радиуса r, центры которых описывают окружность радиуса R.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \frac{t^2}{4})$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, u^2)$.

6. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.

7. Найти линии кривизны параболического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$ в точке $M(3, 1, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 19

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t, \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{2}\ln t)$.

2. Найти порядок касания в точке $A(1,1)$ линий $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 10 = 0$ и $\sqrt{x} + \sqrt{y} - 2 = 0$.

3. Найти огибающую семейства линий $(x-t)^2 + y^2 = a^2$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t\!(a\cos t, b\sin t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t\!(a\cos v, a\sin v, u)$.

6. Исследовать характер точек на гиперболическом параболоиде.

7. Найти линии кривизны тора $f(u,v) = {}^t\!((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$ в точке $M(1,2,-1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 20

1. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1 + \cos\varphi)$.

2. Составить уравнение параболы, имеющей с линией $y = \ln x$ в точке $A(1, 0)$ наивысший порядок касания.

3. Найти огибающую семейства линий $(x - t)^2 + (y - t)^2 = t^2$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a \operatorname{ch} t, b \operatorname{sh} t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, ku)$, $u \neq 0$.

6. Исследовать характер точек на эллиптическом цилиндре.

7. Найти асимптотические линии поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, av)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $xyz = 1$, параллельной плоскости $x + y + z - 3 = 0$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 21

1. Найти репер Френе, кривизну и кручение конической винтовой линии $x = t\cos t$, $y = t\sin t$, $z = at$.

2. Доказать, что все нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$ одинаково удалены от начала координат.

3. Найти огибающую семейства линий $x\cos t + y\sin t - p = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^4)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(a\operatorname{ch}(u/a)\cos v, a\operatorname{ch}(u/a)\sin v, u)$.

6. Исследовать характер точек на гиперболическом цилиндре.

7. Найти асимптотические линии поверхности $f(u,v) = {}^t(\operatorname{ch} u\cos v, \operatorname{ch} u\sin v, u)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$ в точке $f(p)$, где $p(\arccos(3/5), \arccos(4/5))$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 22

1. Определить, при каких значениях a и b кручение кривой $x = a\operatorname{ch} t$, $y = a\operatorname{sh} t$, $z = bt$ в каждой точке равно кривизне.

2. Доказать, что линии $y = \sin x$, $y = x^4 - \dfrac{1}{6}x^3 + x$ имеют в начале координат касание третьего порядка.

3. Найти огибающую семейства линий $y = (x - t)^3$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^5)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a(\ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$, $u \neq \pi/2$.

6. Исследовать характер точек на параболическом цилиндре.

7. Найти асимптотические линии однополостного гиперболоида.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали, а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$ в точке $f(p)$, где $p(1, \pi/2)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 23

1. Найти репер Френе, кривизну и кручение конической винтовой линии $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $z = \cos 2t$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(t^3 - 2t, t^2 + 1)$ в точке $A(t = 1)$.

3. Найти огибающую семейства линий $y^2 - (x - t)^3 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \sin t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, \varphi(u) + av)$.

6. Исследовать характер точек на конусе (без вершины).

7. Показать, что линия $\alpha(t) = {}^t(\frac{2}{1+t}, \frac{2}{1-t}, t)$ является асимптотической линией поверхности $z = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2 v)$ в точке $M(1, 3, 4)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 24

1. Задать кривую $\alpha(t) = {}^t\!(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$ с помощью натурального параметра.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t\!(\cos t^3, \sin t^3)$ в точке $A(t = \pi/4)$.

3. Найти огибающую семейства линий $y^3 - (x-t)^2 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t, \ln t)$.

5. Найти угол, под которым пересекаются прямолинейные образующие гиперболического параболоида $z = axy$.

6. Найти омбилические точки на поверхности, полученной вращением синусоиды $y = \sin x$ $(x \neq k\pi)$ вокруг оси Ox.

7. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t\!(u^2+v^2, u^2-v^2, v)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t\!(2u - v, u^2 + v^2, u^3 - v^3)$ в точке $M(3,5,7)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 25

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(\cos^3 t, \sin^3 t)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$ в точке $A(t = \pi/4)$.

3. Найти огибающую семейства линий $3(y-t)^2 - 2(x-t)^3 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \operatorname{tg} t)$ $(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2})$.

5. Найти длину кривой $v = 4u$ от $u_0 = 1$ до $u_1 = 2$ вдоль поверхности $f(u,v) = {}^t(u^2+v^2, u^2-v^2, uv)$.

6. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ $(x \neq 1)$ вокруг оси Ox.

7. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, av)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(u+v, u-v, uv)$ в точке $f(p)$, где $p(2,1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 26

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \sin t)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t\left(\frac{a}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right), \frac{b}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)\right)$ в произвольной точке..

3. Найти огибающую семейства линий $(1-t^2)x + 2ty - a = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a \ln \operatorname{tg}(t/2) + \cos t, a \sin t)$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

6. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ вокруг оси Oy.

7. Найти асимптотические линии эллиптического параболоида.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, u)$ в точке $f(p)$, где $p(2, \pi/4)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 27

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t, a\operatorname{ch}(t/a)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $(x^2+y^2)x-ay^2 = 0$ в точке $A(a/2, a/2)$.

3. Найти огибающую семейства линий $t^2(x-a) - ty - a = 0$.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^{3/2})$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах двуполостного гиперболоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$.

6. Исследовать характер точек на эллипсоиде.

7. Найти линии кривизны эллиптического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $z = x^3 + y^3$ в точке $M(1, 2, 9)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 28

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t^2/(2p), t)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = C$ в произвольной точке.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на фокальных радиус-векторах параболы $y^2 = 2px$.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln t)$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершине эллиптического параболоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 2z$.

6. Исследовать характер точек на однополостном гиперболоиде.

7. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке $M(3, 4, 12)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 29

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(t^2, t^3)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $r = a\varphi$ в произвольной точке.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси абсцисс.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a\cos u\cos v, a\cos u\sin v, b\sin u)$.

6. Исследовать характер точек на двуполостном гиперболоиде.

7. Найти линии кривизны параболического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$ в точке $M(3, 1, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 30

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси ординат.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(a\ln\operatorname{tg}(t/2)+\cos t, a\sin t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a\operatorname{ch} u\cos v, a\operatorname{ch} u\sin v, b\operatorname{sh} u)$.

6. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.

7. Найти линии кривизны тора $f(u, v) = {}^t((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$ в точке $M(1, 2, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 31

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $\alpha(t) = {}^t(a \operatorname{ch} t, b \operatorname{sh} t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 - 6x = 9$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси абсцисс.

4. Найти параметризацию кривой, заданной натуральным уравнением $k = \frac{1}{s}$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$.

6. Исследовать характер точек на гиперболическом параболоиде.

7. Найти асимптотические линии поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, av)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $xyz = 1$, параллельной плоскости $x + y + z - 3 = 0$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 32

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a\varphi$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $x^2 + y^2 + 2x = 7$, $y^2 = 4x$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси ординат.

4. Найти параметризацию кривой, заданной натуральным уравнением $k = \frac{1}{s^2+1}$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, u^2)$.

6. Исследовать характер точек на эллиптическом цилиндре.

7. Найти асимптотические линии поверхности $f(u, v) = {}^t(\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t((7+5\cos u) \cos v, (7+5\cos u) \sin v, 5 \sin u)$ в точке $f(p)$, где $p(\arccos(3/5), \arccos(4/5))$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 33

1. Построить репер Френе и найти кривизну кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1+\cos\varphi)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y = \sin x$, $y = \cos x$.

3. Найти огибающую семейства прямых, образующих с координатными осями треугольники постоянной площади S.

4. Составить уравнения эволюты кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1+\cos\varphi)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(a\cos v, a\sin v, u)$.

6. Исследовать характер точек на гиперболическом цилиндре.

7. Найти асимптотические линии однополостного гиперболоида.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали, а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(u+\cos v, u-\sin v, \lambda u)$ в точке $f(p)$, где $p(1,\pi/2)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 34

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^{3/2})$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y = x^2 - x$, $y = x - x^2$.

3. Найти огибающую семейства окружностей радиуса r, центры которых описывают окружность радиуса R.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \frac{t^2}{4})$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(u \cos v, u \sin v, ku)$, $u \neq 0$.

6. Исследовать характер точек на параболическом цилиндре.

7. Показать, что линия $\alpha(t) = {}^t(\dfrac{2}{1+t}, \dfrac{2}{1-t}, t)$ является асимптотической линией поверхности $z = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2}$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$ в точке $M(1, 3, 4)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 35

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln t)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $y^2 = 2ax + a^2$, $y^2 = -2bx + b^2$.

3. Найти огибающую семейства линий $(x-t)^2 + y^2 = a^2$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(a\,\mathrm{ch}(u/a)\cos v, a\,\mathrm{ch}(u/a)\sin v, u)$.

6. Исследовать характер точек на конусе (без вершины).

7. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u^2+v^2, u^2-v^2, v)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(2u-v, u^2+v^2, u^3-v^3)$ в точке $M(3,5,7)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 36

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t\left(t, \ln\dfrac{e^t+1}{e^t-1}\right)$.

2. Найти точки пересечения и углы, под которыми пересекаются линии $x^2 - y^2 = a$, $xy = b$.

3. Найти огибающую семейства линий $(x-t)^2 + (y-t)^2 = t^2$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(a\operatorname{ch} t, b\operatorname{sh} t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u,v) = {}^t(a\sin u\cos v, a\sin u\sin v, a(\ln\operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$, $u \neq \pi/2$.

6. Найти омбилические точки на поверхности, полученной вращением синусоиды $y = \sin x$ $(x \neq k\pi)$ вокруг оси Ox.

7. Найти линии кривизны поверхности $f(u,v) = {}^t(u\cos v, u\sin v, av)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u,v) = {}^t(u+v, u-v, uv)$ в точке $f(p)$, где $p(2,1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 37

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t\!(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$.

2. Найти порядок касания в начале координат линий $y = \sin x$ и $y = \operatorname{tg} x$.

3. Найти огибающую семейства линий $x\cos t + y\sin t - p = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t, t^4)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t\!(u\cos v, u\sin v, \varphi(u) + av)$.

6. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ $(x \neq 1)$ вокруг оси Ox.

7. Найти асимптотические линии эллиптического параболоида.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t\!(u\cos v, u\sin v, u)$ в точке $f(p)$, где $p(2, \pi/4)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 38

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\ln \operatorname{tg}(t/2) + \cos t), a \sin t)$.

2. Найти порядок касания в начале координат линий $y = x^3$ и $y = x \sin x$.

3. Найти огибающую семейства линий $y = (x - t)^3$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^5)$.

5. Найти угол, под которым пересекаются прямолинейные образующие гиперболического параболоида $z = axy$.

6. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии $y = \ln x$ вокруг оси Oy.

7. Найти линии кривизны эллиптического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $z = x^3 + y^3$ в точке $M(1, 2, 9)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 39

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 0$, $t_2 = 2$ кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t - (1/2)\operatorname{sh} 2t, 2\operatorname{ch} t)$.

2. Найти порядок касания в точке $A(1,1)$ линий $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 10 = 0$ и $\sqrt{x} + \sqrt{y} - 2 = 0$.

3. Найти огибающую семейства линий $y^2 - (x - t)^3 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t, \sin t)$.

5. Найти длину кривой $v = 4u$ от $u_0 = 1$ до $u_1 = 2$ вдоль поверхности $f(u,v) = {}^t\!(u^2 + v^2, u^2 - v^2, uv)$.

6. Исследовать характер точек на эллипсоиде.

7. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке $M(3,4,12)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 40

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 0$, $t_2 = \sqrt{2}$ кривой $\alpha(t) = {}^t\!(8at^3, 3a(2t^2 - t^4))$.

2. Составить уравнение параболы, имеющей с линией $y = \ln x$ в точке $A(1, 0)$ наивысший порядок касания.

3. Найти огибающую семейства линий $y^3 - (x - t)^2 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t, \ln t)$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллипсоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$.

6. Исследовать характер точек на однополостном гиперболоиде.

7. Найти линии кривизны параболического цилиндра.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$ в точке $M(3, 1, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 41

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 0$, $t_2 = \pi/3$ кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln\cos t)$.

2. Доказать, что все нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$ одинаково удалены от начала координат.

3. Найти огибающую семейства линий $3(y-t)^2 - 2(x-t)^3 = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \operatorname{tg} t)$ $(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2})$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах двуполостного гиперболоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$.

6. Исследовать характер точек на двуполостном гиперболоиде.

7. Найти линии кривизны тора $f(u,v) = {}^t((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$ в точке $M(1, 2, -1)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 42

1. Вычислить длину дуги между двумя точками $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ кривой $\alpha(t) = {}^t\!(t, \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{2}\ln t)$.

2. Доказать, что линии $y = \sin x$, $y = x^4 - \dfrac{1}{6}x^3 + x$ имеют в начале координат касание третьего порядка.

3. Найти огибающую семейства линий $(1 - t^2)x + 2ty - a = 0$.

4. Составить уравнения эволюты кривой $\alpha(t) = {}^t\!(a \ln \mathrm{tg}(t/2) + \cos t, a \sin t)$.

5. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллиптического параболоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 2z$.

6. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.

7. Найти асимптотические линии поверхности $f(u, v) = {}^t\!(u \cos v, u \sin v, av)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $xyz = 1$, параллельной плоскости $x + y + z - 3 = 0$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 43

1. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1 + \cos\varphi)$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(t^3 - 2t, t^2 + 1)$ в точке $A(t = 1)$.

3. Найти огибающую семейства линий $t^2(x - a) - ty - a = 0$.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(t, t^{3/2})$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a\cos u\cos v, a\cos u\sin v, b\sin u)$.

6. Исследовать характер точек на гиперболическом параболоиде.

7. Найти асимптотические линии поверхности $f(u, v) = {}^t(\operatorname{ch} u\cos v, \operatorname{ch} u\sin v, u)$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t((7+5\cos u)\cos v, (7+5\cos u)\sin v, 5\sin u)$ в точке $f(p)$, где $p(\arccos(3/5), \arccos(4/5))$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 44

1. Найти репер Френе, кривизну и кручение конической винтовой линии $x = t\cos t$, $y = t\sin t$, $z = at$.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(\cos t^3, \sin t^3)$ в точке $A(t = \pi/4)$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на фокальных радиус-векторах параболы $y^2 = 2px$.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(t, \ln t)$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$.

6. Исследовать характер точек на эллиптическом цилиндре.

7. Найти асимптотические линии однополостного гиперболоида.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали, а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$ в точке $f(p)$, где $p(1, \pi/2)$.

Контрольная работа по дифференциальной геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 45

1. Определить, при каких значениях a и b кручение кривой $x = a\operatorname{ch} t$, $y = a\operatorname{sh} t$, $z = bt$ в каждой точке равно кривизне.

2. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\alpha(t) = {}^t(a\cos t, b\sin t)$ в точке $A(t = \pi/4)$.

3. Найти огибающую семейства семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, перпендикулярных к оси абсцисс.

4. Составить натуральное уравнение кривой $\alpha(t) = {}^t(a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t))$.

5. Записать первую и вторую фундаментальные формы поверхности $f(u, v) = {}^t(a\operatorname{sh} u\cos v, a\operatorname{sh} u\sin v, b\operatorname{ch} u)$.

6. Исследовать характер точек на гиперболическом цилиндре.

7. Показать, что линия $\alpha(t) = {}^t(\dfrac{2}{1+t}, \dfrac{2}{1-t}, t)$ является асимптотической линией поверхности $z = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2}$.

8. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали , а также первую фундаментальную форму поверхности $f(u, v) = {}^t(u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$ в точке $M(1, 3, 4)$.