

## Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

### Вариант № 1

1. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(1, \pi/2)$ .

2. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$  в точке  $M(1, 3, 4)$ .

3. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$ .

4. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$ .

5. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии  $y = \ln x$  ( $x \neq 1$ ) вокруг оси  $Ox$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 2

1. Найти линии кривизны поверхности  $f(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, v)$ .
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$ .
4. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии  $y = \ln x$  вокруг оси  $Oy$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (2u - v, u^2 + v^2, u^3 - v^3)$  в точке  $M(3, 5, 7)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 3

1. Найти линии кривизны поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$ .
4. Исследовать характер точек на эллипсоиде.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u + v, u - v, uv)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(2, 1)$ .

## Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 4

1. Найти линии кривизны эллиптического параболоида.
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ .
4. Исследовать характер точек на однополостном гиперболоиде.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(2, \pi/4)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 5

1. Найти линии кривизны эллиптического цилиндра.
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos v, a \sin v, u)$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos v, a \sin v, u)$ .
4. Исследовать характер точек на двуполостном гиперboloиде.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $z = x^3 + y^3$  в точке  $M(1, 2, 9)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 6

1. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$ ,  $u \neq 0$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$ ,  $u \neq 0$ .
4. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 169$  в точке  $M(3, 4, 12)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 7

1. Найти линии кривизны параболического цилиндра.
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  
 $f(u, v) = (a \operatorname{ch}(u/a) \cos v, a \operatorname{ch}(u/a) \sin v, u)$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  
 $f(u, v) = (a \operatorname{ch}(u/a) \cos v, a \operatorname{ch}(u/a) \sin v, u)$ .
4. Исследовать характер точек на гиперболическом параболоиде.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$  в точке  $M(3, 1, -1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 8

1. Найти линии кривизны тора  $f(u, v) = ((7+5 \cos u) \cos v, (7+5 \cos u) \sin v, 5 \sin u)$ .
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a(\ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$ ,  $u \neq \pi/2$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a(\ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$ ,  $u \neq \pi/2$ .
4. Исследовать характер точек на эллиптическом цилиндре.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$  в точке  $M(1, 2, -1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 9

1. Найти асимптотические линии поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
2. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, \varphi(u) + av)$ .
3. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
4. Исследовать характер точек на гиперболическом цилиндре.
5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности  $xyz = 1$ , параллельной плоскости  $x + y + z - 3 = 0$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 10

1. Найти асимптотические линии поверхности  $f(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u)$ .
2. Найти угол, под которым пересекаются прямолинейные образующие гиперболического параболоида  $z = axy$ .
3. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллипсоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .
4. Исследовать характер точек на параболическом цилиндре.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = ((7 + 5 \cos u) \cos v, (7 + 5 \cos u) \sin v, 5 \sin u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(\arccos(3/5), \arccos(4/5))$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 11

1. Найти асимптотические линии однополостного гиперboloида.
2. Найти длину кривой  $v = 4u$  от  $u_0 = 1$  до  $u_1 = 2$  вдоль поверхности  $f(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, uv)$ .
3. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах двуполостного гиперboloида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ .
4. Исследовать характер точек на конусе (без вершины).
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(1, \pi/2)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 12

1. Показать, что линия  $\alpha(t) = \left(\frac{2}{1+t}, \frac{2}{1-t}, t\right)$  является асимптотической линией поверхности  $z = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$ .
2. Найти площадь криволинейного треугольника, ограниченного образами линий  $u = \pm av, v = 1$  вдоль прямого геликоида  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
3. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллиптического параболоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ .
4. Найти омбилические точки на поверхности, полученной вращением синусоиды  $y = \sin x$  ( $x \neq k\pi$ ) вокруг оси  $Ox$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$  в точке  $M(1, 3, 4)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 13

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$ .

2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$ .

3. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии  $y = \ln x$  ( $x \neq 1$ ) вокруг оси  $Ox$ .

4. Найти линии кривизны поверхности  $f(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, v)$ .

5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (2u - v, u^2 + v^2, u^3 - v^3)$  в точке  $M(3, 5, 7)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 14

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  
 $f(u, v) = (a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$ .

2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  
 $f(u, v) = (a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$ .

3. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением  
линии  $y = \ln x$  вокруг оси  $Oy$ .

4. Найти линии кривизны поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .

5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к  
поверхности  $f(u, v) = (u + v, u - v, uv)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(2, 1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 15

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$ .
3. Исследовать характер точек на эллипсоиде.
4. Найти линии кривизны эллиптического параболоида.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(2, \pi/4)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 16

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ .
3. Исследовать характер точек на однополостном гиперболоиде.
4. Найти линии кривизны эллиптического цилиндра.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $z = x^3 + y^3$  в точке  $M(1, 2, 9)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 17

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos v, a \sin v, u)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos v, a \sin v, u)$ .
3. Исследовать характер точек на двуполостном гиперboloиде.
4. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 169$  в точке  $M(3, 4, 12)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 18

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$ ,  $u \neq 0$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$ ,  $u \neq 0$ .
3. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.
4. Найти линии кривизны параболического цилиндра.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$  в точке  $M(3, 1, -1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 19

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{ch}(u/a) \cos v, a \operatorname{ch}(u/a) \sin v, u)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{ch}(u/a) \cos v, a \operatorname{ch}(u/a) \sin v, u)$ .
3. Исследовать характер точек на гиперболическом параболоиде.
4. Найти линии кривизны тора  $f(u, v) = ((7+5 \cos u) \cos v, (7+5 \cos u) \sin v, 5 \sin u)$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$  в точке  $M(1, 2, -1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 20

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a(\ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$ ,  $u \neq \pi/2$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a(\ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u))$ ,  $u \neq \pi/2$ .
3. Исследовать характер точек на эллиптическом цилиндре.
4. Найти асимптотические линии поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности  $xyz = 1$ , параллельной плоскости  $x + y + z - 3 = 0$ .

## Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 21

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, \varphi(u) + av)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
3. Исследовать характер точек на гиперболическом цилиндре.
4. Найти асимптотические линии поверхности  $f(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u)$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = ((7 + 5 \cos u) \cos v, (7 + 5 \cos u) \sin v, 5 \sin u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(\arccos(3/5), \arccos(4/5))$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 22

1. Найти угол, под которым пересекаются прямолинейные образующие гиперболического параболоида  $z = axy$ .

2. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

3. Исследовать характер точек на параболическом цилиндре.

4. Найти асимптотические линии однополостного гиперболоида.

5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u + \cos v, u - \sin v, \lambda u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(1, \pi/2)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 23

1. Найти длину кривой  $v = 4u$  от  $u_0 = 1$  до  $u_1 = 2$  вдоль поверхности  $f(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, uv)$ .

2. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах двуполостного гиперболоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ .

3. Исследовать характер точек на конусе (без вершины).

4. Показать, что линия  $\alpha(t) = (\frac{2}{1+t}, \frac{2}{1-t}, t)$  является асимптотической линией поверхности  $z = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$ .

5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u, u^2 - 2uv, u^3 - 2u^2v)$  в точке  $M(1, 3, 4)$ .

## Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 24

1. Найти площадь криволинейного треугольника, ограниченного образами линий  $u = \pm av$ ,  $v = 1$  вдоль прямого геликоида  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .
2. Вычислить главные нормальные кривизны в вершинах эллиптического параболоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ .
3. Найти омбилические точки на поверхности, полученной вращением синусоиды  $y = \sin x$  ( $x \neq k\pi$ ) вокруг оси  $Ox$ .
4. Найти линии кривизны поверхности  $f(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, v)$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (2u - v, u^2 + v^2, u^3 - v^3)$  в точке  $M(3, 5, 7)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 25

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$ .

2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, b \sin u)$ .

3. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии  $y = \ln x$  ( $x \neq 1$ ) вокруг оси  $Ox$ .

4. Найти линии кривизны поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$ .

5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u + v, u - v, uv)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(2, 1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 26

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{ch} u \cos v, a \operatorname{ch} u \sin v, b \operatorname{sh} u)$ .
3. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии  $y = \ln x$  вокруг оси  $Oy$ .
4. Найти линии кривизны эллиптического параболоида.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u)$  в точке  $f(p)$ , где  $p(2, \pi/4)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 27

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \operatorname{sh} u \cos v, a \operatorname{sh} u \sin v, b \operatorname{ch} u)$ .
3. Исследовать характер точек на эллипсоиде.
4. Найти линии кривизны эллиптического цилиндра.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $z = x^3 + y^3$  в точке  $M(1, 2, 9)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 28

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ .
3. Исследовать характер точек на однополостном гиперboloиде.
4. Найти линии кривизны гиперболического цилиндра.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 169$  в точке  $M(3, 4, 12)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 29

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos v, a \sin v, u)$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (a \cos v, a \sin v, u)$ .
3. Исследовать характер точек на двуполостном гиперboloиде.
4. Найти линии кривизны параболического цилиндра.
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$  в точке  $M(3, 1, -1)$ .

Контрольная работа № 2 по диф. геометрии

Семестр III, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 30

1. Записать первую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$ ,  $u \neq 0$ .
2. Записать вторую фундаментальную форму поверхности  $f(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$ ,  $u \neq 0$ .
3. Исследовать характер точек на эллиптическом параболоиде.
4. Найти линии кривизны тора  $f(u, v) = ((7+5 \cos u) \cos v, (7+5 \cos u) \sin v, 5 \sin u)$ .
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности  $4x^2 + 8y^2 + 16z^2 = 52$  в точке  $M(1, 2, -1)$ .