

Логарифмическое дифференцирование

1) $y = x^{\sin x}$ – степенно-показательная функция

$$\ln y = \ln x^{\sin x}$$

$$\ln y = \sin x \cdot \ln x$$

$$(\ln y)' = (\sin x \cdot \ln x)'$$

$$\frac{1}{y} y' = (\sin x)' \cdot \ln x + \sin x \cdot (\ln x)'$$

Логарифмическое дифференцирование

$$\frac{1}{y} y' = \cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = y \left(\cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x} \right)$$

$$y' = x^{\sin x} \left(\cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x} \right)$$

Логарифмическое дифференцирование

$$2) y = \sqrt[3]{x(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln \sqrt[3]{x(x-1)^2}$$

(При этом считаем, что $y > 0$)

$$\ln y = \ln \sqrt[3]{x(x-1)^2}$$

$$\ln y = \ln \sqrt[3]{x} + \ln \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

Логарифмическое дифференцирование

$$\ln y = \frac{1}{3} \ln x + \frac{2}{3} \ln(x-1)$$

$$(\ln y)' = \left(\frac{1}{3} \ln x + \frac{2}{3} \ln(x-1) \right)'$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} \right)$$

Логарифмическое дифференцирование

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{3} \frac{(x-1)+2x}{x(x-1)}$$

$$y' = y \frac{3x-1}{3x(x-1)}$$

$$y' = \sqrt[3]{x(x-1)^2} \frac{3x-1}{3x(x-1)}$$

$$y' = \frac{3x-1}{3\sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x-1}}$$