

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 1

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 3, -5)$, $\vec{b} = (-2, 4, -1)$ и $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = -1$ и $\vec{c}\vec{x} = 1$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 1, -2)$. Найти вектор $[\vec{a} + \vec{c}, [\vec{b}, \vec{c}]] - (\vec{a}(\vec{b} + 2\vec{c}))\vec{b}$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$, $\vec{r} = (2, 1, -3)$ и $\vec{s} = (11, -6, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. Точка $A(2, 0)$ является вершиной правильного треугольника, а противолежащая ей сторона лежит на прямой $\ell : x + y - 1 = 0$. Составить уравнения двух других сторон.

5. Даны уравнения параллельных прямых $9x - 7y - 130 = 0$ и $9x - 7y - 162 = 0$. Найти уравнение прямой, симметричной первой прямой относительно второй.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 2

1. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

2. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (6, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, -3, 4)$ и $\vec{c} = (0, 1, -3)$.

3. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(2, 2)$ и $B(5, 8)$ разделен на три равные части.

4. Основание равнобедренного треугольника лежит на прямой $\ell_1 : x + 2y - 2 = 0$, а одна из боковых сторон — на прямой $\ell_2 : 2x + y - 1 = 0$. Расстояние от другой боковой стороны до точки $\ell_1 \cap \ell_2$ равно $\frac{1}{\sqrt{5}}$. Составить уравнение этой боковой стороны.

5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, $C(4, 6)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 3

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, -1, 0)$ и $\vec{b} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{c} длины $2\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ – левая.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{c}| = 8$, вычислить скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$.

3. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .

4. Найти радиус и координаты центра окружности, проходящей через точку $A(-1, 3)$ и касающихся прямых $\ell_1 : 7x + y = 0$ и $\ell_2 : x - y + 8 = 0$.

5. Даны уравнения параллельных прямых $3x - 4y - 25 = 0$ и $3x - 4y - 39 = 0$. Найти расстояние между прямыми.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 4

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ и $\vec{c} = (2, 2, 0)$. Найти вектор $[[\vec{a}, -\vec{b}], \vec{a} + \vec{c}] - (\vec{a}\vec{c})(2\vec{b} - \vec{c})$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (2, 3, -3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ и $\vec{c} = (1, -2, 4)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 7$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (-1, 5, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 2)$ и $\vec{x} = (2, 5, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{x} в этом базисе.

4. Гипотенуза прямоугольного треугольника лежит на прямой $\ell_1 : 2x + y - 2 = 0$, а точка $A(3, -1)$ является вершиной прямого угла. Площадь треугольника равна $\frac{9}{4}$. Составить уравнения прямых, на которых лежат катеты этого треугольника.

5. Даны уравнения параллельных прямых $2x + 3y - 13 = 0$ и $2x + 3y - 11 = 0$. Найти уравнение прямой, симметричной первой прямой относительно второй.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 5

1. Выяснить, лежат ли точки $A(2, 5, -1)$, $B(-4, 1, 2)$, $C(1, 2, -3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.
2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует угол $\frac{\pi}{3}$ с вектором \vec{a} и угол $\frac{\pi}{6}$ с вектором \vec{b} . Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и $|\vec{c}| = 4$, вычислить скалярное произведение $(\vec{a} - 3\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.
3. Отрезок, ограниченный точками $A(-1, 8, 3)$ и $B(9, -7, -2)$, разделен точками C , D , E , F на пять равных частей. Найти координаты этих точек.
4. На плоскости даны три точки $A(2, 3)$, $B(1, 4)$, $C(-1, 2)$, и прямая $\ell : x - 5y + 7 = 0$. Составить уравнение этой прямой в системе координат $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
5. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(0, 0)$, $B(4, 3)$, $C(6, 8)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 6

1. Даны точки $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, -3)$ и $C(5, 2, 6)$. Вычислить площадь $\triangle ABC$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (4, -1, 2)$, $\vec{b} = (-1, -2, 6)$ и $\vec{c} = (3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a}\vec{x} = 4$ и $\vec{b}\vec{x} = 1$.
3. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .
4. Прямые $\ell_1 : x - 3y + 2 = 0$ и $\ell_2 : 3x + 2y - 5 = 0$ являются соответственно осями $O'x'$ и $O'y'$ новой системы координат, а точка $A(-1, 2)$ имеет в новой системе координаты $(1, 1)$. Составить в новой системе координат уравнение прямой ℓ_3 , которая в исходной системе имеет уравнение $5x - 4y + 7 = 0$.
5. Даны две вершины треугольника $A(2, -2)$, $B(2, 3)$ и точка пересечения медиан $H(1, 1)$. Найти третью вершину C .

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 7

1. Найти объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2, -1, 1)$, $B(5, 5, 4)$, $C(3, 2, -1)$ и $D(4, 1, 3)$.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (1, -2, 2)$ и $\vec{b} = (2, 1, 0)$ и образует тупой угол с вектором $\vec{c} = (1, -1, 0)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = 3\sqrt{5}$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, 0)$, $\vec{r} = (-3, 1, 2)$ и $\vec{s} = (8, 2, -4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. В прямоугольной декартовой системе координат $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ задана прямая $\ell : \sqrt{3}x + 2y - 6 = 0$. Начало новой прямоугольной декартовой системы координат $(O', \vec{e}_1', \vec{e}_2')$ имеет в исходной системе координаты $O'(-2, 3)$, а базисные векторы \vec{e}_1', \vec{e}_2' получаются из векторов \vec{e}_1, \vec{e}_2 соответственно поворотом на угол $\pi/6$ в направлении кратчайшего поворота от \vec{e}_1 к \vec{e}_2 . Составить уравнение прямой ℓ в системе координат $(O', \vec{e}_1', \vec{e}_2')$.

5. Найти длину высоты AD треугольника ABC : $A(2, -3)$, $B(3, -4)$, $C(3, -1)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 8

1. Даны векторы $\vec{a} = (0, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор \vec{d} длины $2\sqrt{7}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{d}, \vec{c})$ – левая.

2. Даны вершины треугольника $A(1, 1)$, $B(4, 5)$ и $C(-5, 9)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .

3. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

4. Прямые $\ell_1 : 2x - y + 1 = 0$ и $\ell_2 : x + 2y - 7 = 0$, заданные в прямоугольной системе координат, являются соответственно осями $O'x'$ и $O'y'$ новой системы координат, а точка $A(2, 0)$ имеет в новой системе положительные координаты. Составить в новой системе координат уравнение прямой ℓ_3 , которая в исходной системе имеет уравнение $4x + y - 1 = 0$.

5. Составить уравнения сторон треугольника, если дана одна из его вершин $B(2, 2)$ и уравнения двух высот $x - 4y = 0$, $x + y - 1 = 0$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 9

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, -3)$, $\vec{b} = (-1, 3, -1)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор $[[2\vec{a} - \vec{c}, \vec{b}], \vec{a} + 2\vec{c}] - (\vec{b}\vec{c})(2\vec{a} - \vec{c})$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (-3, 1, -2)$, $\vec{b} = (0, -2, 1)$ и $\vec{c} = (2, -1, 5)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a} + \vec{c}$, $\vec{b}\vec{x} = -5$ и $\vec{c}\vec{x} = -1$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (-1, 2, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, -3)$, $\vec{r} = (1, 0, 2)$ и $\vec{s} = (2, 4, -10)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. Написать уравнения сторон ромба, зная точку $M(-1, 4)$ пересечения его диагоналей и по точке на трех его сторонах: $P(1, -2)$ на стороне AB , $Q(4, 4)$ на стороне BC , $R(3, 7)$ на стороне CD .

5. Найти проекцию точки $P(1, -3)$ на прямую, проходящую через точки $A(3, 0)$ и $B(1, 2)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 10

1. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 4, 1)$, $B(1, 1, -2)$, $C(-1, 2, 3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.
2. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{2}$. Определить, при каком значении параметра t векторы $2\vec{a} + t\vec{b}$ и $2\vec{a} - t\vec{b}$ будут ортогональны.
3. Даны точки $A(2, -1, 7)$ и $B(4, 5, -2)$. В каком отношении делит отрезок AB точка пересечения прямой AB с плоскостью Oxz ?
4. Составить уравнение биссектрисы острого угла между прямыми $x - 3y = 0$, $3x - y + 5 = 0$.
5. Составить уравнения сторон треугольника, если дана одна из его вершин $B(3, 3)$, уравнения высоты $x - 4y + 3 = 0$ и медианы $y - 1 = 0$, проведенных из одной вершины.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 11

1. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ и $\vec{a}\vec{b} = 12$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (2, 3, -1)$ и $\vec{c} = (3, -1, 2)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 9$.
3. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (2, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3)$, $\vec{b}_1 = (8, -9)$, $\vec{b}_2 = (1, 2)$, а точка P в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(-1, 2)$. Точка M в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(6, -11)$. Найти ее координаты в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$.
4. Написать уравнения прямых, проходящих соответственно через точки $(15, 10)$ и $(10, 5)$, зная, что прямая $x + 2y = 0$ делит пополам углы, образуемые искомыми прямыми.
5. Найти точку Q , симметричную точке $P(3, 5)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(1, -1)$ и $B(4, -2)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 12

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 5, 3)$, $\vec{b} = (7, 2, -2)$ и $\vec{c} = (3, -2, 5)$. Компланарны ли векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $[-\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + 2\vec{c}]$?

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{4}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$ и $|\vec{c}| = 3$, вычислить скалярное произведение $(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{b} - 3\vec{c})$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (1, 2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 4, -2)$, $\vec{r} = (0, 1, -1)$ и $\vec{s} = (3, 0, 4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. Написать уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $(1, 7)$ и уравнения $2x + 3y - 10 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ перпендикуляров, восстановленных в серединах сторон, выходящих из этой вершины.

5. Даны уравнения параллельных прямых $9x - 7y - 130 = 0$ и $9x - 7y - 162 = 0$. Найти уравнение прямой, симметричной первой прямой относительно второй.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 13

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, 1)$ и $\vec{b} = (1, 0, -1)$. Найти вектор \vec{c} длины $\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$ – левая.
2. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, -1, 3)$ и $\vec{c} = (-3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = 9$ и $\vec{c}\vec{x} = 3$.
3. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(1, 7)$ и $B(-5, 1)$ разделен на три равные части.
4. Даны две прямые $3x + 4y - 2 = 0$, $5x - 12y - 4 = 0$ и точка $(1, 1)$. Внутри угла, образованного данными прямыми и содержащего данную точку, найти такую точку, чтобы ее расстояния от данных прямых были равны соответственно 3 и 1.
5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, $C(4, 6)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 14

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ и $\vec{c} = (2, 2, 0)$. Найти вектор $[[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b}], 2\vec{c}] - (\vec{c}\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (2, 1, -2)$ и $\vec{b} = (0, 2, 1)$ и образует острый угол с вектором $\vec{c} = (0, 1, -1)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = \sqrt{5}$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (1, 2, 0)$, $\vec{r} = (1, -3, 2)$ и $\vec{s} = (-1, 7, -6)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. Написать уравнения сторон квадрата, описанного около окружности с центром $(1, 9)$ и радиусом 5, зная, что одна из его диагоналей параллельна прямой $x - 7y = 0$.

5. Даны уравнения параллельных прямых $3x - 4y - 25 = 0$ и $3x - 4y - 39 = 0$. Найти расстояние между прямыми.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 15

1. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(-1, 1, 3)$, $D(5, -1, 2)$ в одной плоскости.

2. Даны вершины треугольника $A(7, 6)$, $B(3, 3)$ и $C(1, -2)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .

3. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (3, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 2)$, $\vec{b}_1 = (2, 1)$, $\vec{b}_2 = (-9, 8)$, а точка O в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(2, -1)$. Точка M в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(-11, 6)$. Найти ее координаты в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$.

4. Вершина равнобедренного треугольника находится в точке $(-7, 15)$, а середина его основания в точке $(1, 3)$. Составить уравнения сторон треугольника, зная, что тангенс угла при основании равен 4.

5. Даны уравнения параллельных прямых $2x + 3y - 13 = 0$ и $2x + 3y - 11 = 0$. Найти уравнение прямой, симметричной первой прямой относительно второй.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 16

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Вычислить $|[3\vec{a}-\vec{b}, \vec{a}-2\vec{b}]|$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (1, 3, -5)$, $\vec{b} = (-2, 4, -1)$ и $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = -1$ и $\vec{c}\vec{x} = 1$.
3. Даны векторы $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$, $\vec{r} = (2, 1, -3)$ и $\vec{s} = (11, -6, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.
4. Даны уравнения $3x - 2y + 1 = 0$, $x - y + 1 = 0$ двух сторон треугольника и уравнение $2x - y - 1 = 0$ медианы, выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника.
5. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(0, 0)$, $B(4, 3)$, $C(6, 8)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 17

1. Вектор \vec{c} ортогонален векторам \vec{a} и \vec{b} , угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ – правая. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

2. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

3. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(2, 2)$ и $B(5, 8)$ разделен на три равные части.

4. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x - y - 1 = 0$ и $x - 2y - 10 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $M(3, -1)$. Найти уравнения двух других сторон параллелограмма.

5. Даны две вершины треугольника $A(2, -2)$, $B(2, 3)$ и точка пересечения медиан $H(1, 1)$. Найти третью вершину C .

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 18

1. Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -1, 0)$ и $\vec{c} = (0, 1, -2)$. Найти вектор \vec{d} длины $\sqrt{42}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{d}, \vec{b}, \vec{c})$ — правая.
2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{c}| = 8$, вычислить скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$.
3. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .
4. Написать уравнения сторон равнобедренной трапеции, зная середины ее оснований $(1, 1)$, $(2, 8)$ и точки $(4, -3)$, $(15, 14)$ на ее боковых сторонах.
5. Найти длину высоты AD треугольника ABC : $A(2, -3)$, $B(3, -4)$, $C(3, -1)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 19

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 2, -1)$ и $\vec{c} = (0, 1, 2)$. Найти вектор $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] - \vec{b}^2(\vec{b} - 2\vec{a})$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (2, 3, -3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ и $\vec{c} = (1, -2, 4)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 7$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (-1, 5, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 2)$ и $\vec{x} = (2, 5, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{x} в этом базисе.

4. Точка $A(2, 0)$ является вершиной правильного треугольника, а противолежащая ей сторона лежит на прямой $\ell : x + y - 1 = 0$. Составить уравнения двух других сторон.

5. Составить уравнения сторон треугольника, если дана одна из его вершин $B(2, 2)$ и уравнения двух высот $x - 4y = 0$, $x + y - 1 = 0$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 20

1. Выяснить, лежат ли точки $A(-2, 3, 4)$, $B(-3, 2, 1)$, $C(1, -1, 1)$ и $D(3, 3, 2)$ в одной плоскости.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует угол $\frac{\pi}{3}$ с вектором \vec{a} и угол $\frac{\pi}{6}$ с вектором \vec{b} . Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и $|\vec{c}| = 4$, вычислить скалярное произведение $(\vec{a} - 3\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.

3. Отрезок, ограниченный точками $A(-1, 8, 3)$ и $B(9, -7, -2)$, разделен точками C , D , E , F на пять равных частей. Найти координаты этих точек.

4. Основание равнобедренного треугольника лежит на прямой $\ell_1 : x + 2y - 2 = 0$, а одна из боковых сторон — на прямой $\ell_2 : 2x + y - 1 = 0$. Расстояние от другой боковой стороны до точки $\ell_1 \cap \ell_2$ равно $\frac{1}{\sqrt{5}}$. Составить уравнение этой боковой стороны.

5. Найти проекцию точки $P(1, -3)$ на прямую, проходящую через точки $A(3, 0)$ и $B(1, 2)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 21

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 3, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 3, 2)$. Найти вектор $[\vec{b}, [\vec{a}, \vec{a} + \vec{c}]] - (\vec{b} + \vec{c})^2 \vec{a}$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (4, -1, 2)$, $\vec{b} = (-1, -2, 6)$ и $\vec{c} = (3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a}\vec{x} = 4$ и $\vec{b}\vec{x} = 1$.

3. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .

4. Найти радиус и координаты центра окружности, проходящей через точку $A(-1, 3)$ и касающихся прямых $\ell_1 : 7x + y = 0$ и $\ell_2 : x - y + 8 = 0$.

5. Составить уравнения сторон треугольника, если дана одна из его вершин $B(3, 3)$, уравнения высоты $x - 4y + 3 = 0$ и медианы $y - 1 = 0$, проведенных из одной вершины.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 22

1. Найти объем и высоту тетраэдра с вершинами в точках $A(1, 0, 2)$, $B(7, 1, 2)$, $C(2, -3, 6)$ и $D(1, 1, -1)$.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (1, -2, 2)$ и $\vec{b} = (2, 1, 0)$ и образует тупой угол с вектором $\vec{c} = (1, -1, 0)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = 3\sqrt{5}$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, 0)$, $\vec{r} = (-3, 1, 2)$ и $\vec{s} = (8, 2, -4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. Гипотенуза прямоугольного треугольника лежит на прямой $\ell_1 : 2x + y - 2 = 0$, а точка $A(3, -1)$ является вершиной прямого угла. Площадь треугольника равна $\frac{9}{4}$. Составить уравнения прямых, на которых лежат катеты этого треугольника.

5. Найти точку Q , симметричную точке $P(3, 5)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(1, -1)$ и $B(4, -2)$.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 23

1. Даны векторы $\vec{a} = (0, -1, 1)$ и $\vec{b} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{c} длины 3, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{c}, \vec{a}, \vec{b})$ – правая.

2. Даны вершины треугольника $A(1, 1)$, $B(4, 5)$ и $C(-5, 9)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .

3. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

4. На плоскости даны три точки $A(2, 3)$, $B(1, 4)$, $C(-1, 2)$, и прямая $\ell : x - 5y + 7 = 0$. Составить уравнение этой прямой в системе координат $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

5. Даны уравнения параллельных прямых $9x - 7y - 130 = 0$ и $9x - 7y - 162 = 0$. Найти уравнение прямой, симметричной первой прямой относительно второй.

Контрольная работа № 2 по доп. главам математики

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 24

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 1, -2)$, $\vec{b} = (4, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, 3)$. Найти вектор $[[-\vec{a}, \vec{b}], 2\vec{a} - \vec{c}] - (\vec{b}\vec{c})(2\vec{a} - 3\vec{c})$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (-3, 1, -2)$, $\vec{b} = (0, -2, 1)$ и $\vec{c} = (2, -1, 5)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a} + \vec{c}$, $\vec{b}\vec{x} = -5$ и $\vec{c}\vec{x} = -1$.

3. Даны векторы $\vec{p} = (-1, 2, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, -3)$, $\vec{r} = (1, 0, 2)$ и $\vec{s} = (2, 4, -10)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

4. Прямые $\ell_1 : x - 3y + 2 = 0$ и $\ell_2 : 3x + 2y - 5 = 0$ являются соответственно осями $O'x'$ и $O'y'$ новой системы координат, а точка $A(-1, 2)$ имеет в новой системе координаты $(1, 1)$. Составить в новой системе координат уравнение прямой ℓ_3 , которая в исходной системе имеет уравнение $5x - 4y + 7 = 0$.

5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, $C(4, 6)$.