

ЗАДАЧИ для подготовки к контрольным, проверочным и самостоятельным работам по курсу «Математика», III семестр. Часть 2.

Ряды.

№	Условие задачи	Ответ
1	Сходятся ли ряды: ответ обоснуйте: $1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sqrt{n}}{n^2 + 2n}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^{n+1}}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-2}}{(n+1)!};$ $6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{\sqrt{n^3+2}}; 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n5^{n-3}}{(n+1)!}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2 \ln n + 1)^2}; 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}; 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\ln n)^2};$ $11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}; 12) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+2}{n+1}}; 13) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{3^n}}.$	1)нет; 2)нет; 3)нет; 4)да; 5)да; 6)да; 7)да; 8)да; 9)да; 10)нет; 11)нет; 12)нет; 13)да;
2	Выяснить сходимость ряда. В случае сходимости, определить, сходится ли ряд абсолютно или условно. Ответы обосновать: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n!}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{n+2}};$ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-2}{n+1}.$	расх.; усл. сход.; абс. сход.; абс. сход.; расх.
3	Найдите радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n \cdot 7^{n-1}}{3^{n+1} \cdot (n+10)^5}.$ Найти область сходимости этого ряда.	$R = \frac{3}{7};$ $[2\frac{4}{7}; 3\frac{3}{7}]$
4	Найти область сходимости рядов $1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n+1}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-3)^n}{n^3+1}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+1}}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^{2n}}{n!};$ $5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n+4}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{n+3}; 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(x-1)^n}{n+2}.$	1)[-1;1); 2)[2;4]; 3)[-2;0); 4) $[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}]$; 5)[-1;1]; 6)(-1;1); 7)(0;2).
5	Разложить в ряд Тейлора по степеням x многочлен $f(x) = (x-3)^5.$	
6	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x-1$ функцию $f(x) = e^{2x}$	
7	Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $f(x) = \sin 3x$	
8	Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 3n + 2}.$	1

9	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{1-2n}$.	$\frac{3}{8}$
---	---	---------------

Дифференциальные уравнения I-го порядка

№	Условие задачи	Ответ
10	Решите задачу Коши: $x \cdot y' - 7 = y$, $y(-3) = -34$	$[y = 9x - 7]$
11	Найти частный интеграл ДУ $y' \cdot 3^{x^2} - x \cdot 9^{-y} = 0$, $y(0) = 1$.	$\frac{1}{\ln 9}(9^y - 9) = \frac{1}{2 \ln 3}(1 - 3^x)$
12	Найти общий интеграл ДУ $xy - \frac{y'}{x+1} - x = 0$	$y = Ce^{\frac{x^3+x^2}{2}} + 1$
13	Найти частное решение дифференциального уравнения $x \cdot y \cdot y' = 6 \cdot y^2 + 40 \cdot x^2$, удовлетворяющее условию $y(1) = 5$	$[y = \sqrt{-8 \cdot x^2 + 33 \cdot x^{12}}]$
14	Найти общий интеграл ДУ $x \sin \frac{y}{x} \cdot y' + x = y \sin \frac{y}{x}$	$\cos \frac{y}{x} = \ln x + C$
15	Частное решение дифференциального уравнения $y' + 2y \tan x = 4 \cos^{-6} x \cdot \sin x$ удовлетворяет условию: $y(\frac{5\pi}{3}) = \frac{-19}{16}$. Вычислить $y(0)$	-3
16	Найти частный интеграл ДУ $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$, $y(0) = 2$.	$y = 2$
17	Найти общий интеграл (общее решение) ДУ $xy' + y = y^2 \ln x$	
18	Найти общий интеграл ДУ $(e^y - 2x)dx + xe^y dy = 0$	$xe^y - x^2 = C$
19	Найти общий интеграл ДУ $(9 \cdot x^2 \cdot y^3) dx + (9 \cdot x^3 \cdot y^2 - 12 \cdot y^2) dy = 0$	
20	Определить тип уравнения, предложить способы решения 1) $(2e^y - x)y' = 1$ 2) $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$ 3) $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy$	

Дифференциальные уравнения II порядка

№	Условие задачи	Ответ
21	Найти общее решение ДУ $y'' \sin x = (1 + y') \cos x$	
22	Найти частное решение ДУ $y'' = e^{2y}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$	
23	Найдите общее решение диф. уравнения: $y'' + 2 \cdot y' - 15 \cdot y = 0$	$C_1 \cdot e^{-5x} + C_3 \cdot e^{3x}$
24	Найдите общее решение диф. уравнения: $y'' - 6 \cdot y' + 9 \cdot y = -9 \cdot x^2 + 21 \cdot x - 8$	$C_1 \cdot e^{3x} + C_2 \cdot x \cdot e^{3x} + (-x^2 + x)$
25	Дана задача Коши: $y'' + 3 \cdot y' + 2 \cdot y = 20 \cdot \sin(2x)$, $y(0) = -6$, $y'(0) = 3$. Какой шаблон соответствует ответу? 1) $y = * \cdot e^{-1x} + 4 \cdot e^{* \cdot x} + * \cdot \cos(* \cdot x) - 4 \cdot \sin(* \cdot x)$ 2) $y = * \cdot e^{-1x} - 2 \cdot e^{* \cdot x} + * \cdot \cos(* \cdot x) - 1 \cdot \sin(* \cdot x)$ 3) $y = * \cdot e^{-1x} - 6 \cdot e^{* \cdot x} + * \cdot \cos(* \cdot x) - 4 \cdot \sin(* \cdot x)$ 4) $y = * \cdot e^{-1x} - 6 \cdot e^{* \cdot x} + * \cdot \cos(* \cdot x) - 1 \cdot \sin(* \cdot x)$ 5) $y = * \cdot e^{-1x} - 2 \cdot e^{* \cdot x} + * \cdot \cos(* \cdot x) - 4 \cdot \sin(* \cdot x)$ 6) $y = * \cdot e^{-1x} + 4 \cdot e^{* \cdot x} + * \cdot \cos(* \cdot x) - 1 \cdot \sin(* \cdot x)$ (знак * скрывает число).	2, $y = -1 \cdot e^{-1x} - 2 \cdot e^{-2x} - 3 \cdot \cos(2x) - 1 \cdot \sin(2x)$
26	Написать вид общего решение ДУ; неопределенные коэффициенты не вычислять $y'' - 2y' = e^{2x}$; $y'' + y' = x \sin 2x$; $y'' + 4y = \cos 2x$	
27	Найти общее решение ДУ $y'' + y' = 2 \cos x - 2x + 1$	
28	Найдите общее решение диф. уравнения: $y'' + 2 \cdot y' - 3 \cdot y = 15 \cdot e^{-4x} - 30 \cdot \cos(3x)$	$C_1 \cdot e^{-3x} + C_2 \cdot e^{1x} + (3 \cdot e^{-4x} + 2 \cdot \cos(3x) - 1 \cdot \sin(3x))$
29	Найдите общее решение диф. уравнения: $y'' - 4 \cdot y' + 3 \cdot y = -15 \cdot x + 17 - 2 \cdot e^{1x}$	$C_1 \cdot e^{3x} + C_2 \cdot e^{1x} + (-5 \cdot x - 1 + 1 \cdot x \cdot e^{1x})$