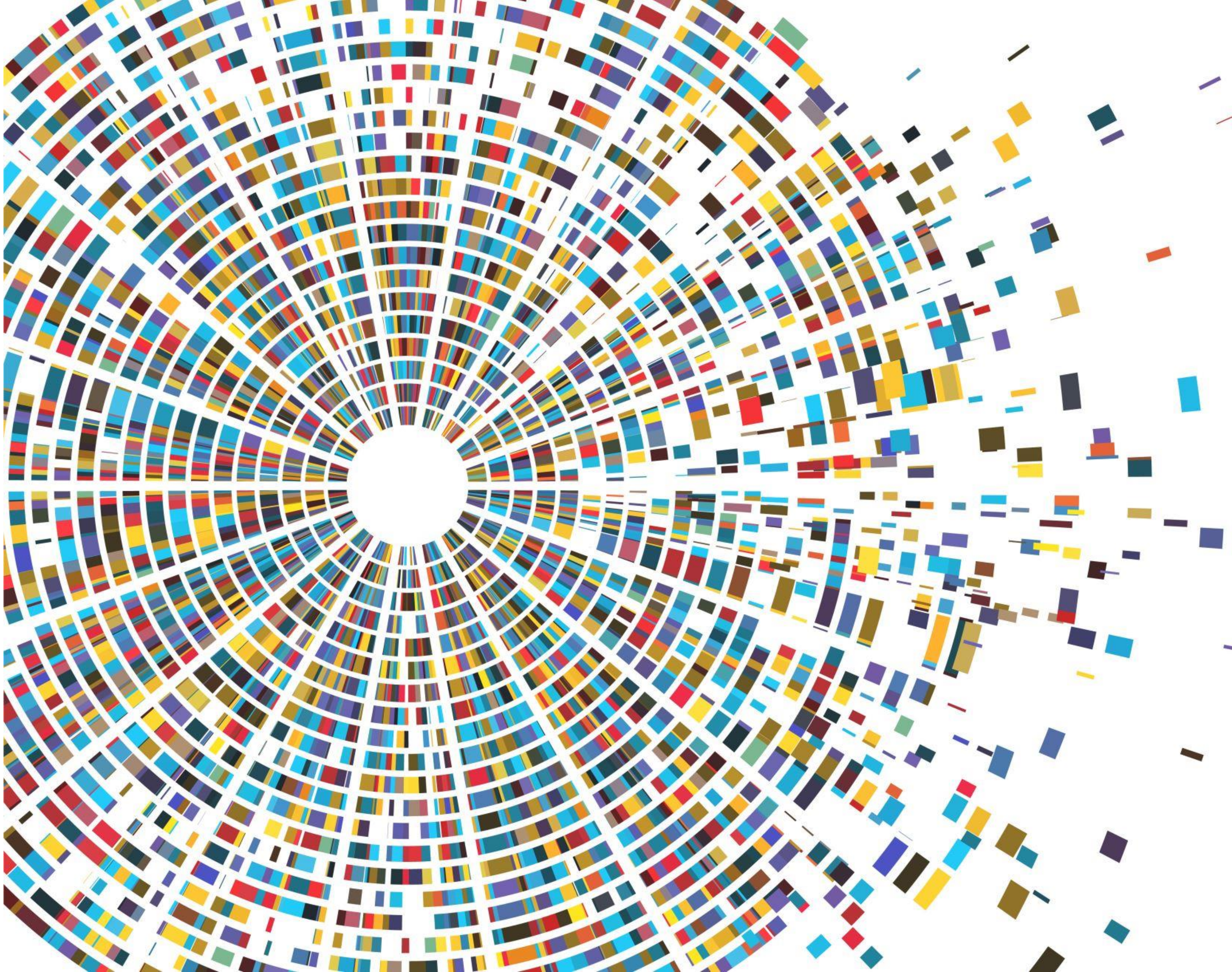
ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ
Решение тренировочн. Варианта контрольной работы Задачи 1-3.

Направл.: Математика и компьютерные науки

Автор: к.ф.-м.н., доцент Нагребецкая Ю.В.

В проекте участв. ст-ты Батырбаева А.Д., Корватовская С.А., Колоскова М. Пономарева Д.



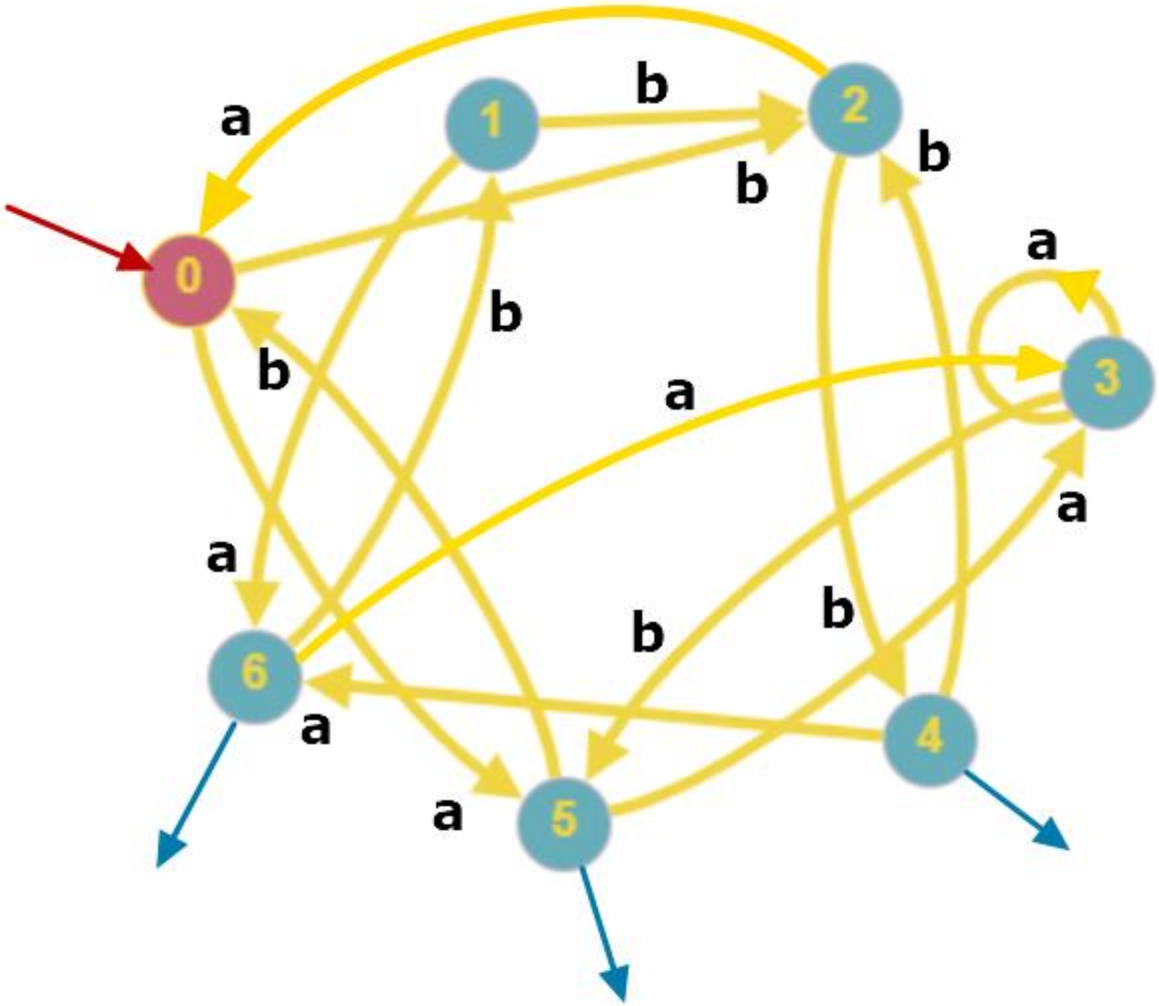
ЗАДАЧА 1

Построить приведенный автомат, заданный таблицей переходов:

Q/∑	**a**	**b**	F
0	5	2	0
1	6	2	0
2	0	4	0
3	3	5	0
4	6	2	1
5	3	0	1
6	3	1	1

F - множество заключительных вершин.
Q – множество всех вершин.
∑ - алфавит.

ЗАДАЧА 1



Строим по таблице переходов сам автомат.

Видно, что все состояния в нем достижимы.

ЗАДАЧА 1

Находим множество достижимых вершин автомата

$$1.\ Q_0 = \{q_0\} = \{0\}$$

$$2.\ Q_1 = \{\delta(q_0,a)\} \cup \{\delta(q_0,b)\} \cup Q_0 = \{5\} \cup \{2\} \cup \{0\} = \{0,2,5\}$$

$$3.\ Q_2 = \{\delta(q,a) \mid q \in Q_1\} \cup \{\delta(q,b) \mid q \in Q_1\} \cup Q_1 = \{5,0,3\} \cup \{2,4,0\} \cup \{0,2,5\} = \{0,2,3,4,5\}$$

$$4.\ Q_3 = \{\delta(q,a) \mid q \in Q_2\} \cup \{\delta(q,b) \mid q \in Q_2\} \cup Q_2 =$$

$$= \{5,0,3,6,3\} \cup \{2,4,5,2,0\} \cup \{0,2,3,4,5\} = \{0,2,3,4,5,6\}$$

$$5.\ Q_4 = \{\delta(q,a) \mid q \in Q_3\} \cup \{\delta(q,b) \mid q \in Q_3\} \cup Q_3 = \{2,0,3,6,3,3\} \cup \{2,4,5,2,0,1\} \cup$$

$$\cup \{0,2,3,4,5,6\} = \{0,1,2,3,4,5,6\} = Q$$

Следовательно, все вершины автомата достижимы,
и удалять недостижимые вершины не надо

ЗАДАЧА 1

Строим максимальную конгруэнцию на исходном автомате

Создаем очередь из классов – множеств вершин. На каждом шаге разбиваем класс на подклассы так, чтобы каждый подкласс переводился полностью в классы, построенные на предыдущем шаге.

На 0) шаге в очереди два класса: {F, Q\F}   0 1 2 3 |4 5 6 (см. слайд 6)
Начинаем дробить классы.
1) Достаем из начала очереди класс F={4,5,6}.
По таблице переходов (см. слайд 2)

$4.a = 6 \;\Rightarrow\; 4.a \in \underline{\{4,5,6\}}$ Аналогично, для других вершин:

1) $4.a \in \underline{\{4,5,6\}}$ $4.b \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$

$5.a \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$ $5.b \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$

$6.a \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$ $6.b \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$

ЗАДАЧА 1

1) Разделяем класс F={4,5,6} на подклассы {4}, {56}, поскольку элемент 4 по букве *a* попадает в один класс, а оба элемента 5,6 – в другой: 4|5 6 (см. слайд 6).

Теперь каждый подкласс полностью переводится ранее построенные классы {0,1,2,3}, {4,5,6}. Отправляем два новых класса {4}, {56} в конец очереди.

Получаем классы {{0,1,2,3},{4},{5,6}} 0 1 2 3 |4|5 6

ЗАДАЧА 1

2) Достаем из очереди класс {0,1,2,3}.

2)

$$0.a \in \{5,6\} \qquad 0.b \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$$

$$1.a \in \{5,6\} \qquad 1.b \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$$

$$2.a \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}} \qquad 2.b \in \underline{\underline{\{4\}}}$$

$$3.a \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}} \qquad 3.b \in \underline{\underline{\{0,1,2,3\}}}$$

Разделяем класс {0,1,2,3} на подклассы {0,1}, {2}, {3}: 0 1|2|3 (см. слайд 6).
Теперь каждый подкласс полностью переводится ранее построенные классы {0,1,2,3},{4},{5,6}.
Отправляем эти три только что построенных класса {0,1}, {2}, {3} в конец очереди.

Получаем классы {{4}, {5,6}, {0,1}, {2}, {3}} 4|5 6|0 1|2|3

ЗАДАЧА 1

3) Достаем из очереди класс {4}. Его разделять не надо.
Отправляем его в конец очереди: 5 6 | 0 1 | 2 |3 | 4
Достаем класс {5,6}.

3) $5.a \in \underline{\{3\}}$ $\quad 5.b \in \underline{\underline{\{0,1\}}}$

$6.a \in \underline{\{3\}}$ $\quad 6.b \in \underline{\underline{\{0,1\}}}$

Класс {5,6} на подклассы разделять не надо, поскольку он переводится каждой буквой целиком в ранее построенные классы {0,1}, {2}, {3}, {4}, {5,6}.
Отправляем его в конец очереди: 0 1 | 2 | 3 | 4 | 5 6

4) Достаем из очереди класс {0,1}.

4) $0.a \in \underline{\{5,6\}}$ $\quad 0.b \in \underline{\underline{\{2\}}}$

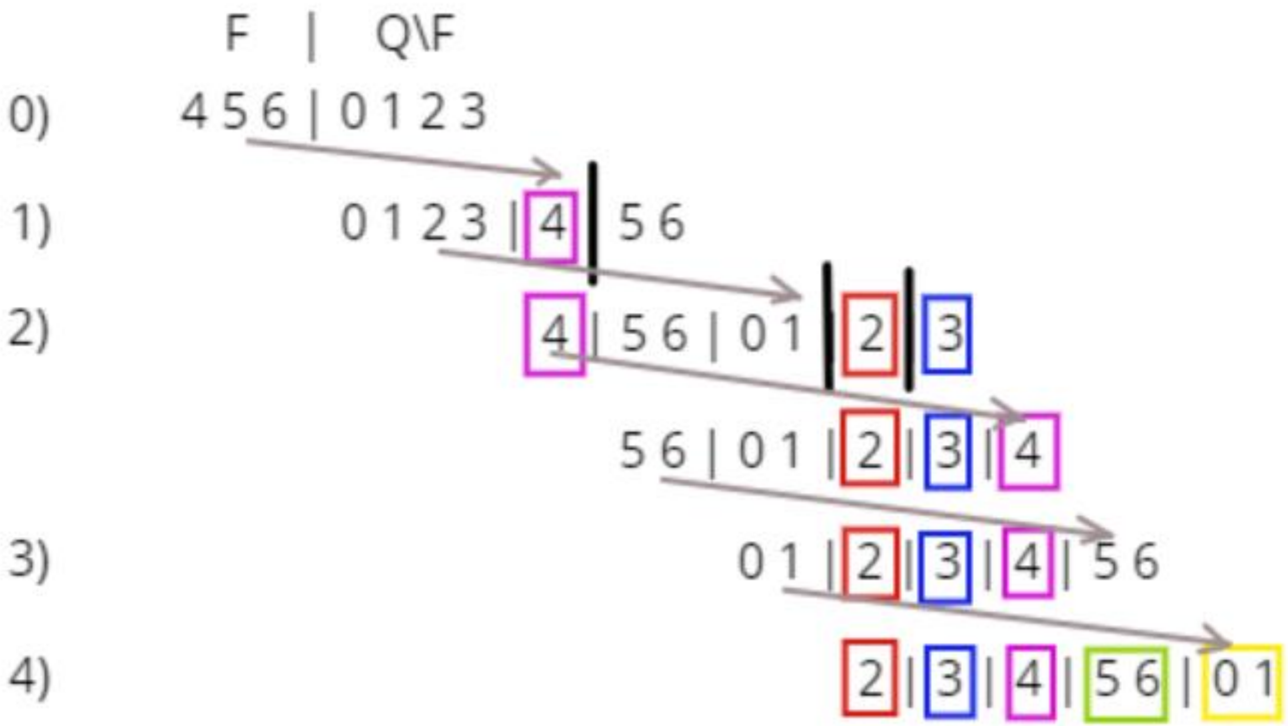
$1.a \in \underline{\{5,6\}}$ $\quad 1.b \in \underline{\underline{\{2\}}}$

Класс {0,1} на подклассы тоже разделять не надо по той же причине.
Отправляем его в конец очереди: 2 | 3 | 4 | 5 6 | 0 1 (см. слайд 6)

Искомое разбиение на классы (разбиение по конгруэнции): {{0,1}, {2}, {3}, {4}, {5,6}}

ЗАДАЧА 1

Создаем очередь из классов (иллюстрация решения)

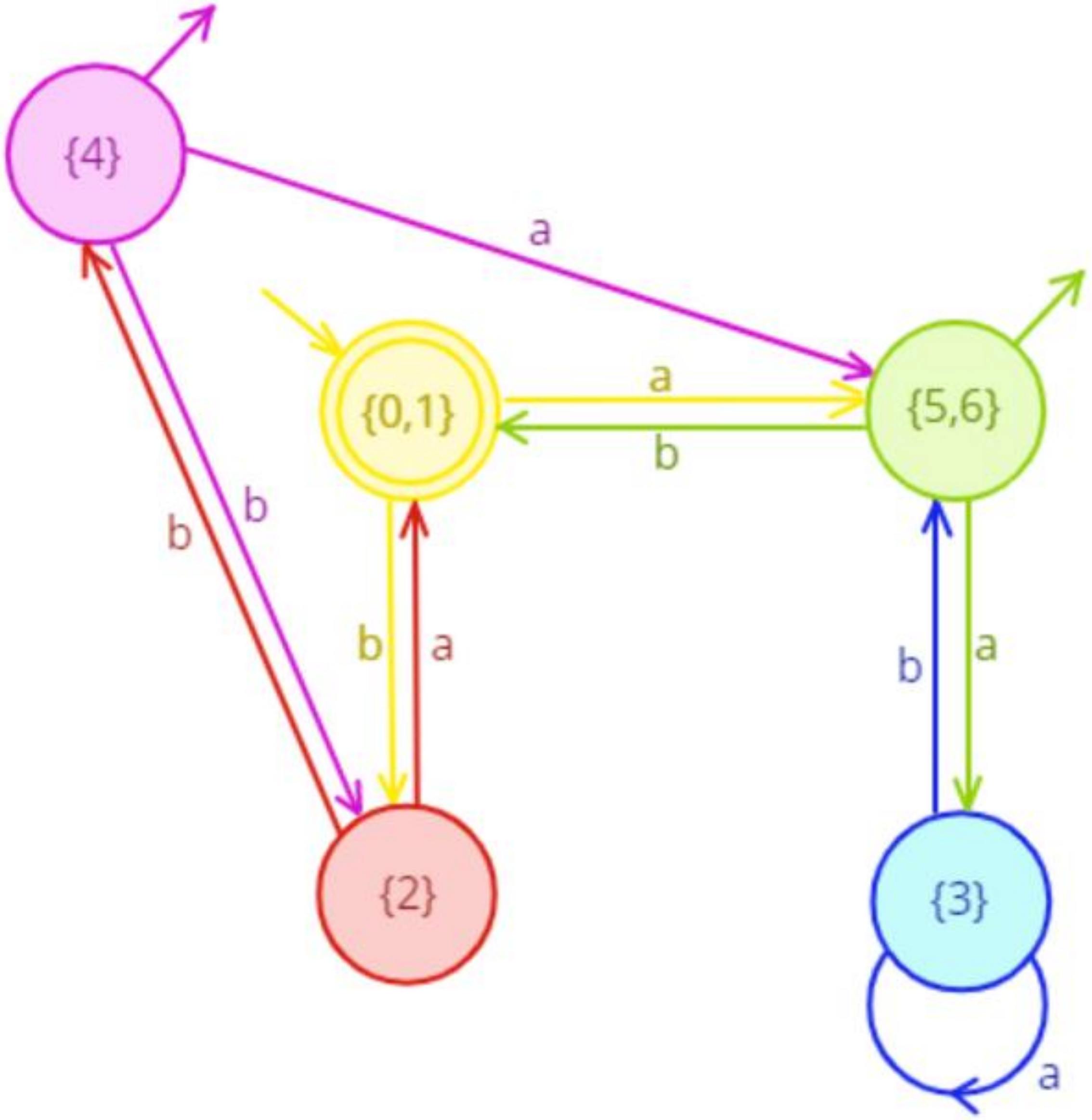


Искомое разбиение на классы эквивалентности (конгруэнции): 2 | 3 | 4 | 5 6 | 0 1

ЗАДАЧА 1

Ответ: таблица переходов искомого автомата:

	a	**b**	F
01	56	2	0
2	01	4	0
3	3	56	0
4	56	2	1
56	3	01	1



ЗАДАЧА 2а)

Построить приведенный автомат, распознающий множество слов

$a)\ L = \{a^m b^n a | m, n \in \mathbb{N}\} \cup \{a^k ba | k \in \mathbb{N}\}$

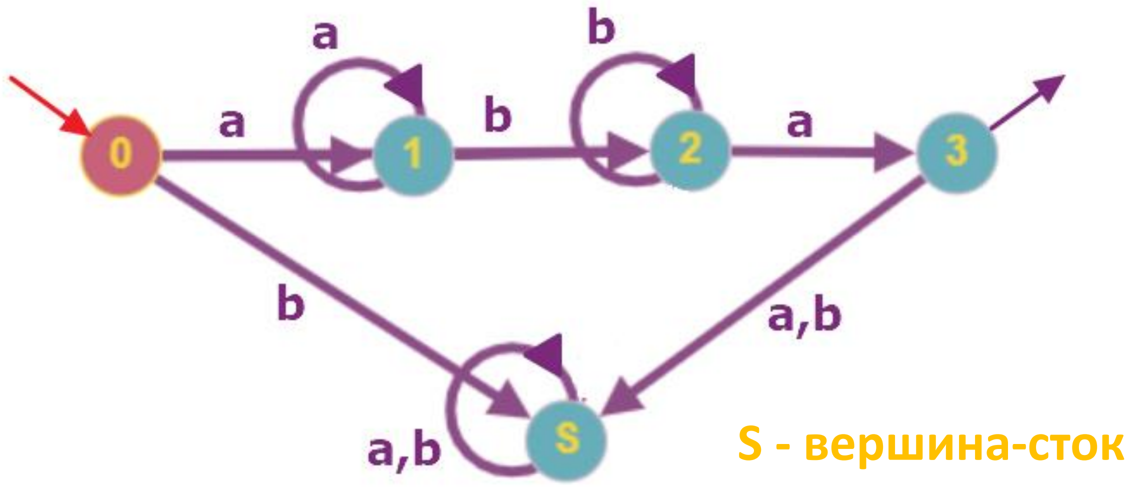
Напомним сначала определение регулярных операций над языками

$L_1 \cup L_2 = L_1 + L_2, \quad L_1L_2 = \{w_1w_2 | w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}, \quad L^* = \{\lambda\} \cup L \cup L^2 \cup \ldots \cup L^n \cup \ldots$

$L^+ = LL^* = L \cup L^2 \cup \ldots \cup L^n \cup \ldots$

Из определения операций следует, что $L = aa^*bb^*a \cup aa^*ba = aa^*b^*ba \cup aa^*ba =$

$= aa^*(b^* \cup \lambda)ba = aa^*b^*ba$



Это ДКА, распознающий данный язык (строго докажем позже).
Найдем соответствующий ему **приведенный автомат**.

Заметим, что все состояния автомата достижимы.

ЗАДАЧА 2а) Строим максимальную конгруэнцию на исходном автомате

0) Вначале в очереди два класса: {F, Q\F}   3 |0 1 2 S (см. слайд 13)

1) Достаем из начала очереди класс Q\F={0,1,2,S} (см. слайд 13)

$0.a \in \{0,1,2,S\} \quad 0.b \in \{0,1,2,S\}$

$1.a \in \{0,1,2,S\} \quad 1.b \in \{0,1,2,S\}$

$2.a \in \{3\} \quad 2.b \in \{0,1,2,S\}$

$S.a \in \{0,1,2,S\} \quad S.b \in \{0,1,2,S\}$

Разделяем $2\,|\,0\,1\,S$

Отправляем новые классы в конец очереди $3\,|\,2\,|\,0\,1\,S$ (см. слайд 13)

Достаем из начала очереди последовательно
сначала класс {3}, а затем класс {2}.
Их, очевидно, разделять не надо.
Отправляем их в конец очереди 0 1 S | 3 |2

ЗАДАЧА 2а)

2) Достаем из начала очереди класс {0,1,S}

$0.a \in \{0,1,S\} \quad 0.b \in \{2\}$

$1.a \in \{0,1,S\} \quad 1.b \in \{2\}$

$S.a \in \{0,1,S\} \quad S.b \in \{0,1,S\}$

Разделяем $1|0S$

Отправляем полученные классы

в конец очереди $3|2|1|0S$

Далее, достаем последовательно классы $3,2,1.$

отправляем их в конец очереди.

3) Наконец, достаем из начала очереди класс {0,S}

$0.a \in \{1\}$

$S.a \in \{0,S\}$

Разделяем $0|S$

Отправляем полученные классы

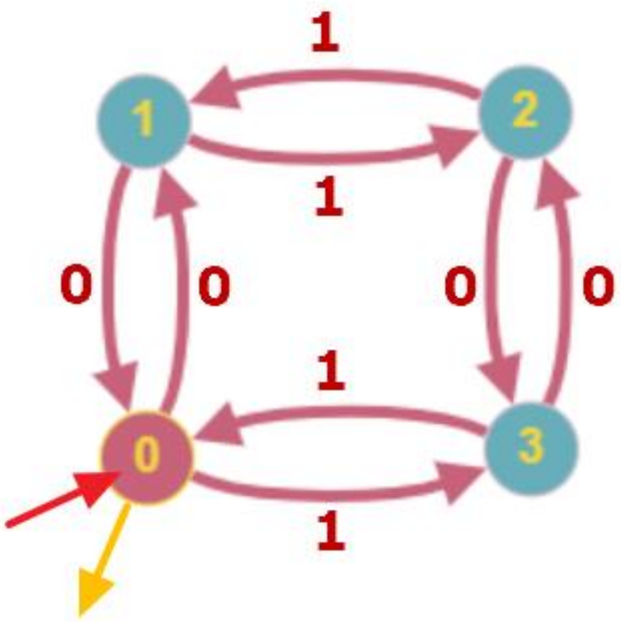
в конец очереди $3|2|1|0|S$

Искомое разбиение на классы (разбиение по конгруэнции) совпадает с отношением равенства {{0},{1}, {2}, {3}, {S}}

Следовательно, построенный автомат является приведенным.

ЗАДАЧА 2б)

Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* бинарных слов с четным числом нулей и единиц.



Докажем, что этот автомат искомый (как его строить, рассмотрим в 8-й задаче).
Сначала покажем, что справедливо следующее утверждение

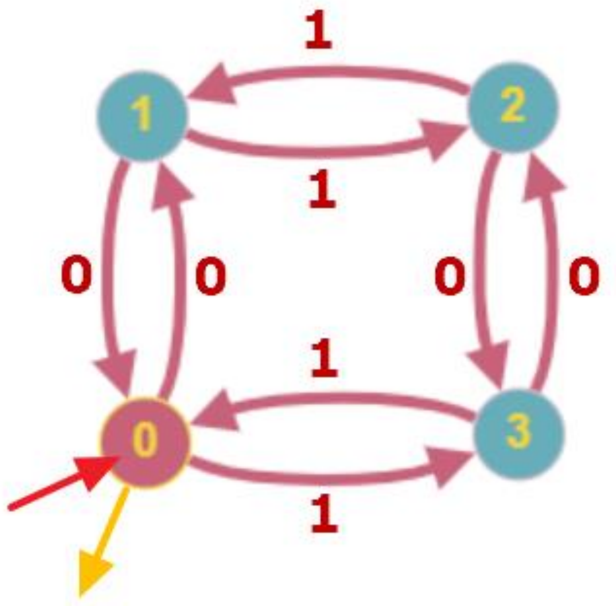
Лемма 1. Для любого бинарного слова w', полученного из слова $w \in \Sigma^*$ перестановкой любых двух букв, и для любой вершины $q \in Q$ справедливо $q.w' = q.w$

Для *доказательства* леммы 1 достаточно рассмотреть случай, когда переставляются два разных символа. Действительно, из структуры автомата следует, что для любой вершины $r \in Q$

$$r.00 = r, \qquad r.11 = r, \qquad r.01 = r.10.$$

А отсюда уже следует требуемое.

ЗАДАЧА 2б)



Из условия задачи $w \in L$
(т. е. в слове w четное число нулей и четное число единиц) $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow$ из слова w перестановкой символов можно получить
слово $w' = 0^{2m}1^{2n}$.
По определению языка, допускаемого автоматом *A*,
$w \in L(A) \Leftrightarrow q.w =$ (вершина 0).
Из структур автомата *A* и слова w'следует, что $q.w' =$ (вершина 0).
Но по лемме 1 имеем $q.w = q.w'$.
Следовательно, $w \in L \Leftrightarrow w \in L(A)$.

Можно показать, что данный автомат является приведенным.

ЗАДАЧА 2в)

Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* бинарных слов, Не содержащих слова 001 в качестве подслова.

I способ) Покажем сначала, что язык $L = 1^*(01^+)^*0^*$

Действительно, по условию каждое слово языка L может быть одним из следующих видов

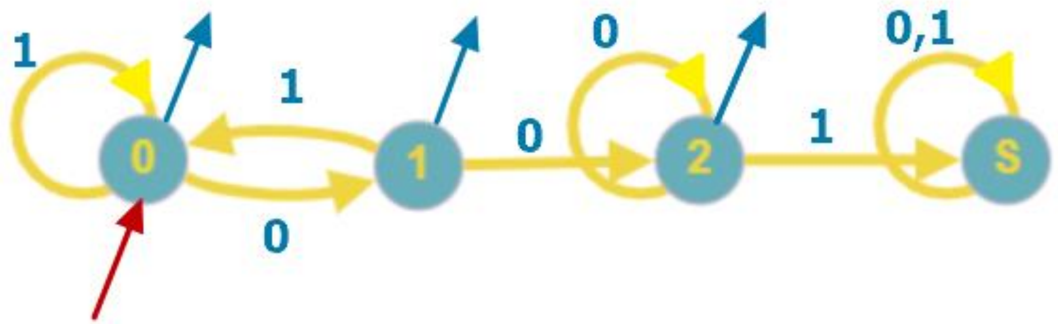
$$\left.\begin{array}{c} 11\ldots1 \in 1^*,\ \ 00\ldots0 \in 0^*, \\ 11\ldots1\ 011\ldots1\ 011\ldots1 \ldots 011\ldots1\ (00\ldots0) \in 1^+01^+0\ldots1^+0^* \subset 1^+(01^+)^*0^* \\ 011\ldots1\ 011\ldots1\ 011\ldots1\ 011\ldots1\ (00\ldots0) \in 01^+01^+0\ldots1^+0^* \subset (01^+)^*0^* \end{array}\right] \subseteq 1^*(01^+)^*0^*$$

Слово каждого вида принадлежит языку $1^*(01^+)^*0^*$.

И обратно, каждое слово языка $1^*(01^+)^*0^*$ является словом одного из этих видов.

ЗАДАЧА 2в)

Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* бинарных слов, Не содержащих слова 001 в качестве подслова.



Нетрудно понять, что данный автомат распознает язык $L = 1^*(01^+)^*0^*$ (строго докажем позже).

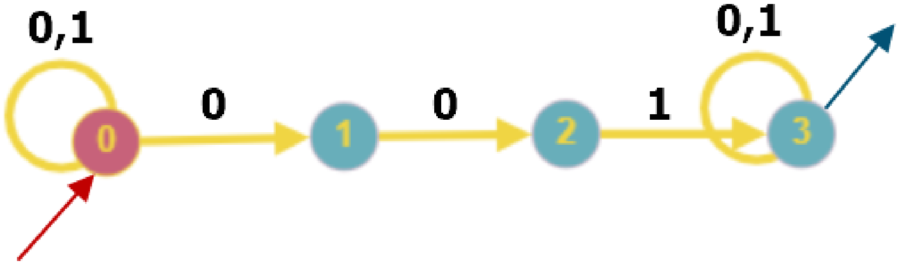
Можно показать, что данный автомат является приведенным.

ЗАДАЧА 2в)

Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* бинарных слов,
Не содержащих слова 001 в качестве подслова.

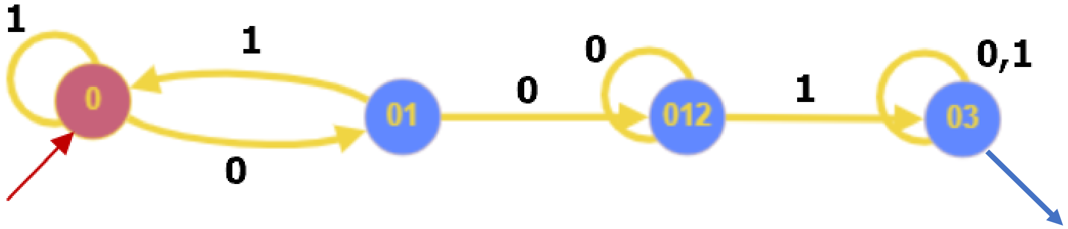
II способ) Найдем НКА, распознающий язык $\overline{L}$ - множество слов, содержащих 001 в качестве подслова. Очевидно, $\overline{L}$ =$\{0,1\}^*001\{0,1\}^*$.

Построим простой НКА, распознающий этот язык.



Построим по нему ДКА.

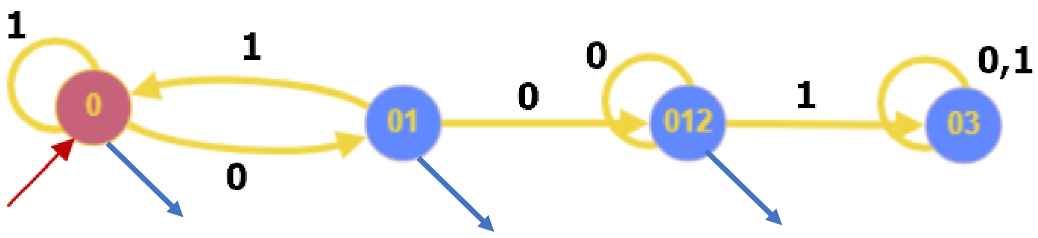
Можно показать, что он **приведенный**



ЗАДАЧА 2в)

Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* бинарных слов, Не содержащих слова 001 в качестве подслова.

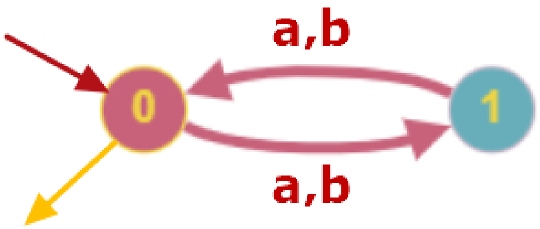
Меняя **заключительные** вершины на **не заключительные**, а **не заключительные** – на **заключительные**, получаем искомый автомат, распознающий язык ***L***.



Этот автомат, очевидно, совпадает с автоматом, полученном первым способом (слайд 16).

ЗАДАЧА 2г)

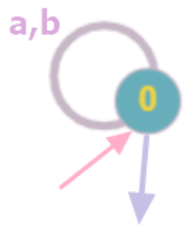
Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* бинарных слов четной длины.



Докажем, что этот автомат A искомый.
Для этого покажем, что

$$L = \left((a \cup b)^2\right)^*$$

Действительно, каждое слово четной длины может быть разбито на блоки длины 2. Каждый блок принадлежит языку $M = (a \cup b)^2$. А значит, $L = M^*$.



Легко понять, что данный автомат A допускает язык $L = \left((a \cup b)^2\right)^*$.

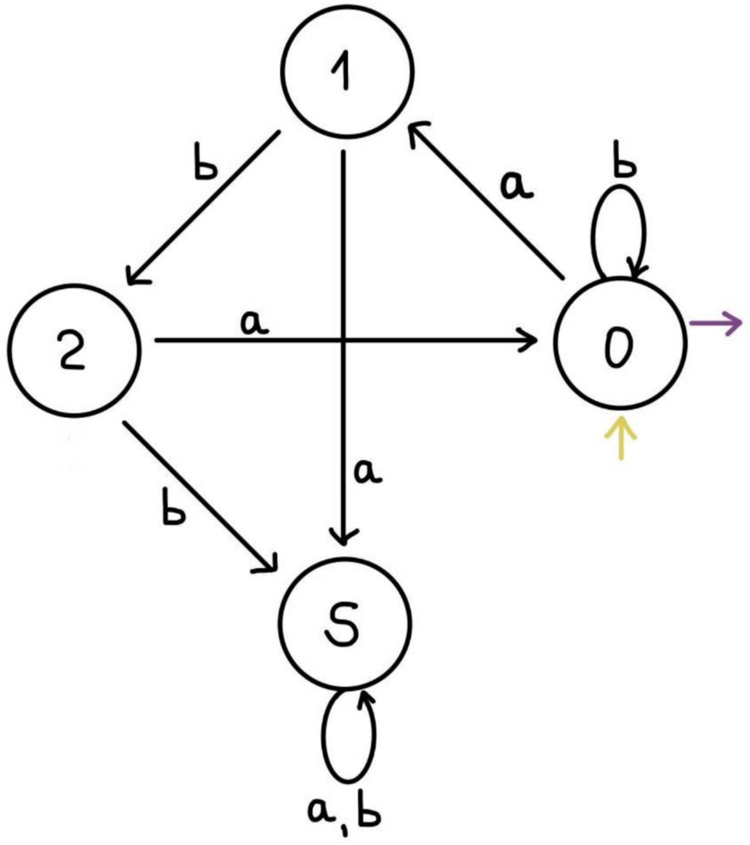
Поскольку язык из одной вершины, являющейся заключительной, имеет следующий вид и допускает любое слово, в том числе и нечетной длины. Т.е. наш автомат A содержит минимальное количество вершин, а значит, он является приведенным.

ЗАДАЧА 2д)

Построить приведенный автомат, распознающий множество *L* всех слов над алфавитом {*a*,*b*}, в которых после каждой буквы *a* идет подслово *ba*. Найти регулярное выражение для него.

Очевидно, что регулярное выражение, задающее автомат $L = (b \cup aba)^*$.

Вот автомат для него:



Легко показать, что он приведенный.

ЗАДАЧА 3а), в), г), I способ (теория)

Задать регулярными выражениями языки, распознаваемые автоматами, построенными в задаче 2 а), в), г).

Докажем, что а) $L = aa^*b^*ba$; в) $L = 1^*(01^+)^*0^*$; г) $L = \left((a \cup b)^2\right)^*$.

Для решения используем следующее утверждение

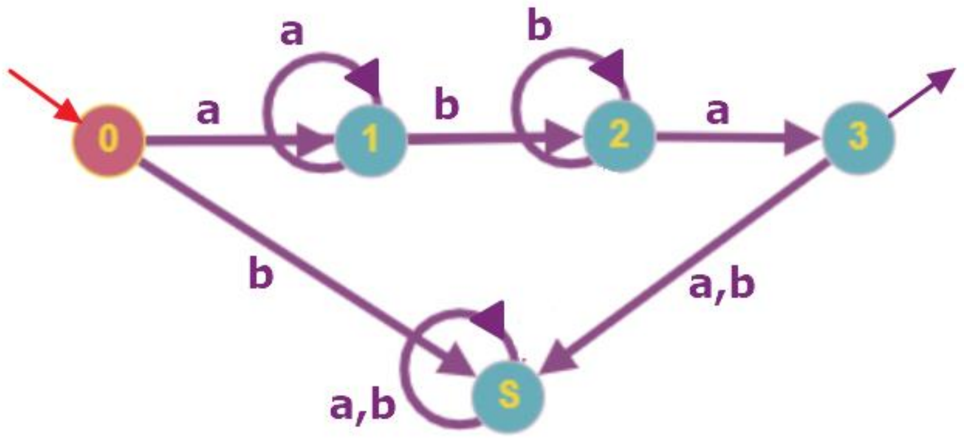
Лемма 2 (альтернативная теорема Ардена). Для любых слов $u, v \in \Sigma^*$, где $u \neq \lambda$ и языка $L \subseteq \Sigma^*$ равенство $L = v + Lu$ справедливо тогда и только тогда, когда $L = vu^*$

Обозначим через L_i язык, принимаемый автоматом, полученным из исходного заменой множества заключительных состояний на одноэлементное множество, состоящее из единственной вершины с номером i. По каждому из автоматов составим систему уравнений относительно языков L_i.

Тогда $L = \sum_{i \in F} L_i$

ЗАДАЧА 3а), I способ

Задать регулярным выражением язык, распознаваемый автоматом, построенным в задаче 2а)



0) В вершину 0 не идет ни одна дуга, и эта вершина начальная, поэтому имеем равенство $\boldsymbol{L_0 = \lambda}$

1) В вершину 1 идет дуга из вершины 0 по букве *a* и дуга (петля) из вершины 1 тоже по букве *a*: $\boldsymbol{L_1 = L_0 a + L_1 a}$

2) В вершину 2 идет дуга из вершины 1 по букве *b* и дуга (петля) из вершины 2 тоже по букве *b*: $\boldsymbol{L_2 = L_1 b + L_2 b}$

3) В вершину 3 идет единственная дуга из вершины 2 по букве *a*: $\boldsymbol{L_3 = L_2 a}$

4) Вершину S не рассматриваем, поскольку она стоковая.

Искомый язык $\boldsymbol{L = L_3}$, поскольку 3 - единственная заключительная вершина.

ЗАДАЧА 3а), I способ

Имеем систему уравнений относительно $\boldsymbol{L_i}$:

$$\begin{cases} L_0 = \lambda \\ L_1 = L_0 a + L_1 a \\ L_2 = L_1 b + L_2 b \\ L_3 = L_2 a \end{cases}$$

Применяем лемму 2 ко второму уравнению, где в качестве *u* берем слово *a*, *a* в качестве *v* берем язык $L_0 a$: $L_1 = L_0 a a^*$

Аналогично для третьего уравнения: $L_2 = L_1 b b^*$

ЗАДАЧА 3а), I способ

Получаем систему

$$\begin{cases} L_0 = \lambda \\ L_1 = L_0 aa^* \\ L_2 = L_1 bb^* \\ L_3 = L_2 a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_0 = \lambda \\ L_1 = aa^* \\ L_2 = aa^*bb^* \\ L_3 = aa^*bb^*a \end{cases}$$

Итак, искомый язык

$$L = L_3 = aa^*bb^*a = aa^*b^*ba$$

(с ответом совпало, см. слайд 19)

ЗАДАЧА 3а), в), г), II способ (теория)

Задать регулярными выражениями языки, распознаваемые автоматами, построенными в задаче 2 а), в), г).

Обозначим через S_i язык, принимаемый автоматом, полученный из исходного заменой **начального** состояния $\boldsymbol{q_0}$ на **новое начальное состояние - вершину $\boldsymbol{q_i}$**.
Составим систему уравнений относительно языков S_i.

Лемма (теорема Ардена). Для любых слов $u,v \in \Sigma^*$, где $u \neq \varepsilon$ и языка $X \subseteq \Sigma^*$ равенство $X = uX + v$ справедливо тогда и только тогда, когда $X = u^* v$

Алгоритм поиска регулярного выражения:

1) Составим систему уравнений для S_i:

$$S_i = \sum_{a_j \in \Sigma} a_j \cdot S_m \text{ , если } q_i \notin Q_F \text{ ;}$$

$$S_i = \varepsilon + \sum_{a_j \in \Sigma} a_j \cdot S_m \text{ , если } q_i \in Q_F \text{ ;}$$

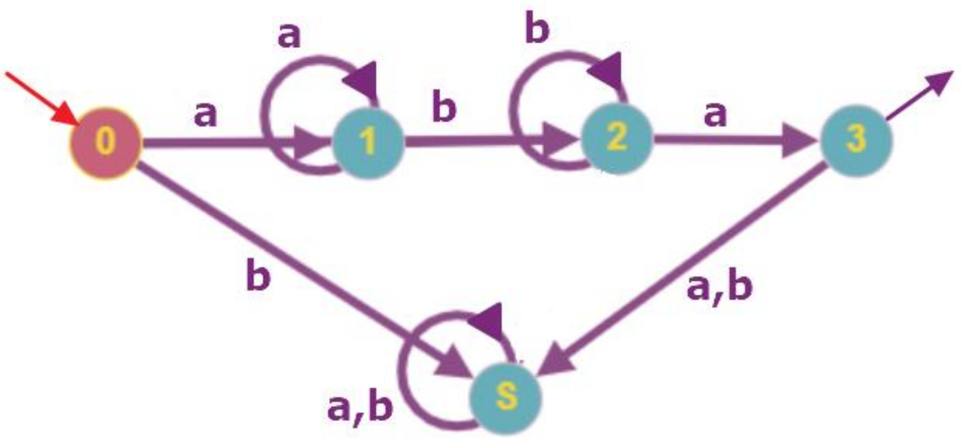
где $\varphi(q_i, a_j) = q_m$.

2) Удаляем последовательно S_i из системы.

3) S_0 – ответ.   ε - пустое слово

ЗАДАЧА 3а), II способ

Задать регулярным выражением язык, распознаваемый автоматом, построенным в задаче 2а)



0) Из вершины 3 не идет ни одна дуга, кроме как в сток S (но стоковую вершину можно сразу убрать, она не влияет на искомый язык), и вершина 3 конечная, поэтому имеем равенство $S_3 = \varepsilon$

1) Из вершины 2 идет дуга до вершины 3 по букве *a* и дуга (петля) из вершины 2 по букве *b:*

$$S_2 = aS_3 + bS_2$$

2) Из вершины 1 идет дуга до вершины 2 по букве *b* и дуга (петля) из вершины 1 по букве *a:* $S_1 = bS_2 + aS_1$

3) Из вершины 0 идет единственная дуга до вершины 1 (не считая стока S) по букве *a:*

$$S_0 = aS_1$$

4) Вершину S не рассматриваем, поскольку она стоковая ($L_s = \emptyset$).

Искомый язык $S = S_0$, поскольку, вершина 0 – начальная.

ЗАДАЧА 3а), II способ

Имеем систему уравнений относительно $\boldsymbol{L_i}$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{S_0 = aS_1} \\ \boldsymbol{S_1 = aS_1 + bS_2} \\ \boldsymbol{S_2 = bS_2 + aS_3} \\ \boldsymbol{S_3 = \varepsilon} \end{cases}$$

Применяем лемму 2 ко второму уравнению, где в качестве *u* берем слово *a*, *a* в качестве *v* берем язык $\boldsymbol{bS_2}$: $\boldsymbol{S_1 = a^*bS_2}$

Аналогично для второго уравнения: $\boldsymbol{S_2 = b^*aS_3}$

ЗАДАЧА 3а), II способ

Получаем систему

$$\begin{cases} S_0 = aS_1 \\ S_1 = a^*bS_2 \\ S_2 = b^*aS_3 \\ S_3 = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_0 = aa^*bb^*a \\ S_1 = a^*bb^*a \\ S_2 = b^*a \\ S_3 = \varepsilon \end{cases}$$

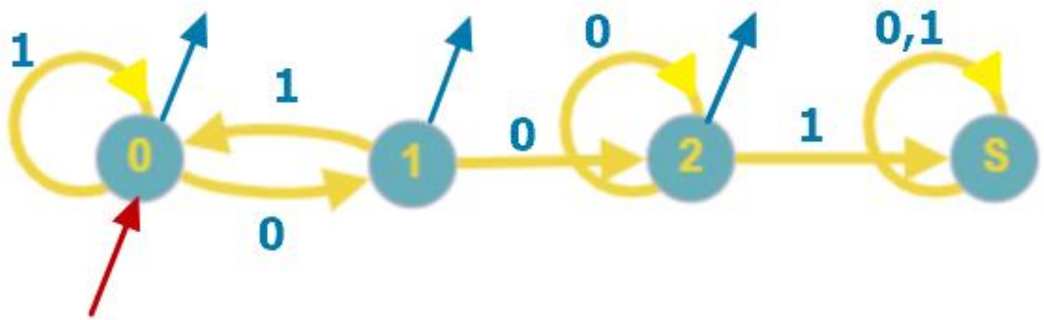
Итак, искомый язык

$$S = S_0 = aa^*bb^*a = aa^*b^*ba$$

(с ответом совпало, см. слайд 25)

ЗАДАЧА 3в), I способ

Задать регулярным выражением язык, распознаваемый автоматом, построенным в задаче 2в)



$$\begin{cases} L_0 = \lambda + L_1 1 + L_0 1 \\ L_1 = L_0 0 \\ L_2 = L_1 0 + L_2 0 \end{cases}$$

$$L = L_0 + L_1 + L_2$$

Применяем лемму 2 к первому и третьему уравнениям

$$\begin{cases} L_0 = (\lambda + L_1 1)1^* \\ L_1 = L_0 0 \\ L_2 = L_1 00^* \end{cases} \qquad \begin{cases} L_0 = (\lambda + L_1 1)1^* \\ L_1 = (\lambda + L_1 1)1^* 0 = 1^* 0 + L_1 1 1^* 0 = 1^* 0 + L_1 1^+ 0 \\ L_2 = L_1 00^* \end{cases}$$

Применяем лемму 2 ко 2-му уравнению

ЗАДАЧА 3в), I способ

Применяем лемму 2 ко 2-му уравнению

$$\begin{cases} \boldsymbol{L_0} = (\boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{L_1 1})\boldsymbol{1^*} \\ \boldsymbol{L_1} = \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} \\ \boldsymbol{L_2} = \boldsymbol{L_1 01^*} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{L = L_0 + L_1 + L_2} = (\boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{L_1 1})\boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{L_1 00^*} =$$

$$= \boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{L_1 11^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{L_1 00^*} = \boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{L_1 1^+} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{L_1 00^*} =$$

$$= \boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{L_1(00^*} + \boldsymbol{1^+)} = \boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*(00^*} + \boldsymbol{1^+)} =$$

$$= \boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*(00^*} + \boldsymbol{1^+)} =$$

$$= \boldsymbol{1^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*} + \boldsymbol{1^* 0(1^+ 0)^*(0^+} + \boldsymbol{1^+)}$$

ЗАДАЧА 3в), I способ

Заметим, что язык $\mathbf{1}^* + \mathbf{1}^*\mathbf{0}(\mathbf{1}^+\mathbf{0})^*$ состоит из слов вида (то, что в скобках может присутствовать, а может нет)

$$\lambda,$$
$$\mathbf{1} \dots \mathbf{1},$$
$$\mathbf{0},$$
$$\mathbf{1} \dots \mathbf{1}\ \mathbf{0},$$
$$(\mathbf{1} \dots \mathbf{1})\ \mathbf{0}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \dots\ \mathbf{1} \dots \mathbf{10},$$

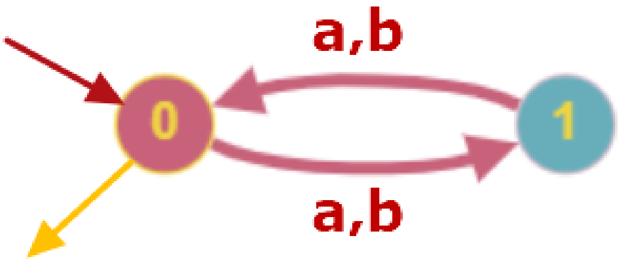
а язык $\mathbf{1}^*\mathbf{0}(\mathbf{1}^+\mathbf{0})^*(\mathbf{0}^+ + \mathbf{1}^+)$ состоит из слов вида

$$(\mathbf{1} \dots \mathbf{1})\ \mathbf{0}\ \mathbf{0} \dots \mathbf{0},\ (\mathbf{1} \dots \mathbf{1})\ \mathbf{0}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{1},$$
$$(\mathbf{1} \dots \mathbf{1})\ \mathbf{0}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \dots \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \mathbf{0} \dots \mathbf{0},$$
$$(\mathbf{1} \dots \mathbf{1})\ \mathbf{0}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \dots \mathbf{1} \dots \mathbf{10}\ \mathbf{1} \dots \mathbf{1}$$

Ясно, что все эти слова составляют множество $L = \mathbf{1}^*(\mathbf{01}^+)^*\mathbf{0}^*$.

ЗАДАЧА 3в), I способ

Задать регулярным выражением язык, распознаваемый автоматом, построенным в задаче 2в)



$$\begin{cases} L_0 = \lambda + L_1(a+b) \\ L_1 = L_0(a+b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_0 = \lambda + L_0(a+b)^2 \\ L_1 = L_0\,(a+b) \end{cases}$$

$$L = L_0$$

Применяя лемму 2 к первому уравнению, получаем

$$L_0 = \left((a+b)^2\right)$$

Следовательно, $L = \left((a+b)^2\right)$ (с ответом сошлось, см слайд 19).