

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 1

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 3, -5)$, $\vec{b} = (-2, 4, -1)$ и $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = -1$ и $\vec{c}\vec{x} = 1$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 1, -2)$. Найти вектор $[\vec{a} + \vec{c}, [\vec{b}, \vec{c}]] - (\vec{a}(\vec{b} + 2\vec{c}))\vec{b}$.

3. Найти объем параллелипипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (6, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, -3, 4)$ и $\vec{c} = (0, 1, -3)$.

4. Даны векторы $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$, $\vec{r} = (2, 1, -3)$ и $\vec{s} = (11, -6, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 2

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, -1, 0)$ и $\vec{b} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{c} длины $2\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ – левая.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{c}| = 8$, вычислить скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$.

3. Выяснить, лежат ли точки $A(2, 5, -1)$, $B(-4, 1, 2)$, $C(1, 2, -3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.

4. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(2, 2)$ и $B(5, 8)$ разделен на три равные части.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 3

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ и $\vec{c} = (2, 2, 0)$. Найти вектор $[[\vec{a}, -\vec{b}], \vec{a} + \vec{c}] - (\vec{a}\vec{c})(2\vec{b} - \vec{c})$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (2, 3, -3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ и $\vec{c} = (1, -2, 4)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 7$.

3. Даны точки $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, -3)$ и $C(5, 2, 6)$. Вычислить площадь $\triangle ABC$.

4. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (-1, 5, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 2)$ и $\vec{x} = (2, 5, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{x} в этом базисе.

5. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 4

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, -3)$, $\vec{b} = (-1, 3, -1)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор $[[2\vec{a} - \vec{c}, \vec{b}], \vec{a} + 2\vec{c}] - (\vec{b}\vec{c})(2\vec{a} - \vec{c})$.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует угол $\frac{\pi}{3}$ с вектором \vec{a} и угол $\frac{\pi}{6}$ с вектором \vec{b} . Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и $|\vec{c}| = 4$, вычислить скалярное произведение $(\vec{a} - 3\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.

3. Найти объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2, -1, 1)$, $B(5, 5, 4)$, $C(3, 2, -1)$ и $D(4, 1, 3)$.

4. Отрезок, ограниченный точками $A(-1, 8, 3)$ и $B(9, -7, -2)$, разделен точками C, D, E, F на пять равных частей. Найти координаты этих точек.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (2, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3)$, $\vec{b}_1 = (8, -9)$, $\vec{b}_2 = (1, 2)$, а точка P в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(-1, 2)$. Точка M в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(6, -11)$. Найти ее координаты в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 5

1. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ и $\vec{a}\vec{b} = 12$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (4, -1, 2)$, $\vec{b} = (-1, -2, 6)$ и $\vec{c} = (3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a}\vec{x} = 4$ и $\vec{b}\vec{x} = 1$.
3. Даны векторы $\vec{a} = (0, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор \vec{d} длины $2\sqrt{7}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{d}, \vec{c})$ – левая.
4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, 0)$, $\vec{r} = (-3, 1, 2)$ и $\vec{s} = (8, 2, -4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.
5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 6

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ и $\vec{c} = (2, 2, 0)$. Найти вектор $[[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b}], 2\vec{c}] - (\vec{c}\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (1, -2, 2)$ и $\vec{b} = (2, 1, 0)$ и образует тупой угол с вектором $\vec{c} = (1, -1, 0)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = 3\sqrt{5}$.

3. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 4, 1)$, $B(1, 1, -2)$, $C(-1, 2, 3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.

4. Даны векторы $\vec{p} = (-1, 2, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, -3)$, $\vec{r} = (1, 0, 2)$ и $\vec{s} = (2, 4, -10)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (3, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 2)$, $\vec{b}_1 = (2, 1)$, $\vec{b}_2 = (-9, 8)$, а точка O в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(2, -1)$. Точка M в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(-11, 6)$. Найти ее координаты в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 7

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Вычислить $|[3\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b}]|$.
2. Даны вершины треугольника $A(1, 1)$, $B(4, 5)$ и $C(-5, 9)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .
3. Даны векторы $\vec{a} = (1, 5, 3)$, $\vec{b} = (7, 2, -2)$ и $\vec{c} = (3, -2, 5)$. Компланарны ли векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $[-\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + 2\vec{c}]$?
4. Даны точки $A(2, -1, 7)$ и $B(4, 5, -2)$. В каком отношении делит отрезок AB точка пересечения прямой AB с плоскостью Oxz ?
5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 8

1. Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -1, 0)$ и $\vec{c} = (0, 1, -2)$. Найти вектор \vec{d} длины $\sqrt{42}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{d}, \vec{b}, \vec{c})$ — правая.

2. Даны векторы $\vec{a} = (-3, 1, -2)$, $\vec{b} = (0, -2, 1)$ и $\vec{c} = (2, -1, 5)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a} + \vec{c}$, $\vec{b}\vec{x} = -5$ и $\vec{c}\vec{x} = -1$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, 1)$ и $\vec{b} = (1, 0, -1)$. Найти вектор \vec{c} длины $\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$ — левая.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 4, -2)$, $\vec{r} = (0, 1, -1)$ и $\vec{s} = (3, 0, 4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 9

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 2, -1)$ и $\vec{c} = (0, 1, 2)$. Найти вектор $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] - \vec{b}^2(\vec{b} - 2\vec{a})$.

2. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{2}$. Определить, при каком значении параметра t векторы $2\vec{a} + t\vec{b}$ и $2\vec{a} - t\vec{b}$ будут ортогональны.

3. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(-1, 1, 3)$, $D(5, -1, 2)$ в одной плоскости.

4. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(1, 7)$ и $B(-5, 1)$ разделен на три равные части.

5. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 10

1. Выяснить, лежат ли точки $A(-2, 3, 4)$, $B(-3, 2, 1)$, $C(1, -1, 1)$ и $D(3, 3, 2)$ в одной плоскости.

2. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (2, 3, -1)$ и $\vec{c} = (3, -1, 2)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 9$.

3. Вектор \vec{c} ортогонален векторам \vec{a} и \vec{b} , угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ – правая. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (1, 2, 0)$, $\vec{r} = (1, -3, 2)$ и $\vec{s} = (-1, 7, -6)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (2, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3)$, $\vec{b}_1 = (8, -9)$, $\vec{b}_2 = (1, 2)$, а точка P в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(-1, 2)$. Точка M в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(6, -11)$. Найти ее координаты в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 11

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 3, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 3, 2)$. Найти вектор $[\vec{b}, [\vec{a}, \vec{a} + \vec{c}]] - (\vec{b} + \vec{c})^2 \vec{a}$.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{4}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$ и $|\vec{c}| = 3$, вычислить скалярное произведение $(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{b} - 3\vec{c})$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, -5, 3)$, $\vec{b} = (3, 1, 2)$ и $\vec{c} = (2, -1, 4)$. Компланарны ли векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{c} \times \vec{a}$ и $[2\vec{a} - 3\vec{b}, 3\vec{b} + 2\vec{c}]$?

4. Даны векторы $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$, $\vec{r} = (2, 1, -3)$ и $\vec{s} = (11, -6, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 12

1. Найти объем и высоту тетраэдра с вершинами в точках $A(1, 0, 2)$, $B(7, 1, 2)$, $C(2, -3, 6)$ и $D(1, 1, -1)$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, -1, 3)$ и $\vec{c} = (-3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = 9$ и $\vec{c}\vec{x} = 3$.

3. Найти объем параллелипипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (6, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, -3, 4)$ и $\vec{c} = (0, 1, -3)$.

4. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(2, 2)$ и $B(5, 8)$ разделен на три равные части.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (3, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 2)$, $\vec{b}_1 = (2, 1)$, $\vec{b}_2 = (-9, 8)$, а точка O в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(2, -1)$. Точка M в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(-11, 6)$. Найти ее координаты в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 13

1. Даны векторы $\vec{a} = (0, -1, 1)$ и $\vec{b} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{c} длины 3, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{c}, \vec{a}, \vec{b})$ – правая.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (2, 1, -2)$ и $\vec{b} = (0, 2, 1)$ и образует острый угол с вектором $\vec{c} = (0, 1, -1)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = \sqrt{5}$.

3. Выяснить, лежат ли точки $A(2, 5, -1)$, $B(-4, 1, 2)$, $C(1, 2, -3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.

4. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (-1, 5, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 2)$ и $\vec{x} = (2, 5, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{x} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 14

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 1, -2)$, $\vec{b} = (4, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, 3)$. Найти вектор $[[-\vec{a}, \vec{b}], 2\vec{a} - \vec{c}] - (\vec{b}\vec{c})(2\vec{a} - 3\vec{c})$.
2. Даны вершины треугольника $A(7, 6)$, $B(3, 3)$ и $C(1, -2)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .
3. Даны точки $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, -3)$ и $C(5, 2, 6)$. Вычислить площадь $\triangle ABC$.
4. Отрезок, ограниченный точками $A(-1, 8, 3)$ и $B(9, -7, -2)$, разделен точками C, D, E, F на пять равных частей. Найти координаты этих точек.
5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 15

1. Выяснить, лежат ли точки $A(-2, -5, -1)$, $B(4, 3, -2)$, $C(1, 1, -5)$ и $D(0, 0, 3)$ в одной плоскости.

2. Даны векторы $\vec{a} = (1, 3, -5)$, $\vec{b} = (-2, 4, -1)$ и $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = -1$ и $\vec{c}\vec{x} = 1$.

3. Найти объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2, -1, 1)$, $B(5, 5, 4)$, $C(3, 2, -1)$ и $D(4, 1, 3)$.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, 0)$, $\vec{r} = (-3, 1, 2)$ и $\vec{s} = (8, 2, -4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 16

1. Известно, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$ и $\vec{a}\vec{b} = 10$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{c}| = 8$, вычислить скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$.
3. Даны векторы $\vec{a} = (0, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор \vec{d} длины $2\sqrt{7}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{d}, \vec{c})$ – левая.
4. Даны векторы $\vec{p} = (-1, 2, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, -3)$, $\vec{r} = (1, 0, 2)$ и $\vec{s} = (2, 4, -10)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.
5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (2, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3)$, $\vec{b}_1 = (8, -9)$, $\vec{b}_2 = (1, 2)$, а точка P в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(-1, 2)$. Точка M в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(6, -11)$. Найти ее координаты в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 17

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 1, 2)$ и $\vec{b} = (1, -1, 0)$. Найти вектор \vec{c} длины 1, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{c}, \vec{b})$ – правая.

2. Даны векторы $\vec{a} = (2, 3, -3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ и $\vec{c} = (1, -2, 4)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 7$.

3. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 4, 1)$, $B(1, 1, -2)$, $C(-1, 2, 3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.

4. Даны точки $A(2, -1, 7)$ и $B(4, 5, -2)$. В каком отношении делит отрезок AB точка пересечения прямой AB с плоскостью Oxz ?

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 18

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (4, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, -3)$. Найти вектор $[[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} + 2\vec{c}], \vec{b}] - (\vec{a} + \vec{c} \times \vec{b}) \times (2\vec{b} - \vec{c})$.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует угол $\frac{\pi}{3}$ с вектором \vec{a} и угол $\frac{\pi}{6}$ с вектором \vec{b} . Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и $|\vec{c}| = 4$, вычислить скалярное произведение $(\vec{a} - 3\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, 5, 3)$, $\vec{b} = (7, 2, -2)$ и $\vec{c} = (3, -2, 5)$. Компланарны ли векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $[-\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + 2\vec{c}]$?

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 4, -2)$, $\vec{r} = (0, 1, -1)$ и $\vec{s} = (3, 0, 4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (3, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 2)$, $\vec{b}_1 = (2, 1)$, $\vec{b}_2 = (-9, 8)$, а точка O в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(2, -1)$. Точка M в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(-11, 6)$. Найти ее координаты в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 19

1. Выяснить, лежат ли точки $A(5, 1, 3)$, $B(1, 1, 4)$, $C(-1, 2, 3)$, $D(2, -1, 6)$ в одной плоскости.

2. Даны векторы $\vec{a} = (4, -1, 2)$, $\vec{b} = (-1, -2, 6)$ и $\vec{c} = (3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a} \vec{x} = 4$ и $\vec{b} \vec{x} = 1$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, 1)$ и $\vec{b} = (1, 0, -1)$. Найти вектор \vec{c} длины $\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$ – левая.

4. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(1, 7)$ и $B(-5, 1)$ разделен на три равные части.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 20

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 1, -2)$. Найти вектор $[\vec{a} + \vec{c}, [\vec{b}, \vec{c}]] - (\vec{a}(\vec{b} + 2\vec{c}))\vec{b}$.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (1, -2, 2)$ и $\vec{b} = (2, 1, 0)$ и образует тупой угол с вектором $\vec{c} = (1, -1, 0)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = 3\sqrt{5}$.

3. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(-1, 1, 3)$, $D(5, -1, 2)$ в одной плоскости.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (1, 2, 0)$, $\vec{r} = (1, -3, 2)$ и $\vec{s} = (-1, 7, -6)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 21

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, -1, 0)$ и $\vec{b} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{c} длины $2\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ – левая.

2. Даны вершины треугольника $A(1, 1)$, $B(4, 5)$ и $C(-5, 9)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .

3. Вектор \vec{c} ортогонален векторам \vec{a} и \vec{b} , угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ – правая. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

4. Даны векторы $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$, $\vec{r} = (2, 1, -3)$ и $\vec{s} = (11, -6, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 22

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ и $\vec{c} = (2, 2, 0)$. Найти вектор $[[\vec{a}, -\vec{b}], \vec{a} + \vec{c}] - (\vec{a}\vec{c})(2\vec{b} - \vec{c})$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (-3, 1, -2)$, $\vec{b} = (0, -2, 1)$ и $\vec{c} = (2, -1, 5)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a} + \vec{c}$, $\vec{b}\vec{x} = -5$ и $\vec{c}\vec{x} = -1$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, -5, 3)$, $\vec{b} = (3, 1, 2)$ и $\vec{c} = (2, -1, 4)$. Компланарны ли векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{c} \times \vec{a}$ и $[2\vec{a} - 3\vec{b}, 3\vec{b} + 2\vec{c}]$?

4. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(2, 2)$ и $B(5, 8)$ разделен на три равные части.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (2, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3)$, $\vec{b}_1 = (8, -9)$, $\vec{b}_2 = (1, 2)$, а точка P в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(-1, 2)$. Точка M в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(6, -11)$. Найти ее координаты в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 23

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, -3)$, $\vec{b} = (-1, 3, -1)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор $[[2\vec{a} - \vec{c}, \vec{b}], \vec{a} + 2\vec{c}] - (\vec{b}\vec{c})(2\vec{a} - \vec{c})$.

2. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{2}$. Определить, при каком значении параметра t векторы $2\vec{a} + t\vec{b}$ и $2\vec{a} - t\vec{b}$ будут ортогональны.

3. Найти объем параллелипипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (6, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, -3, 4)$ и $\vec{c} = (0, 1, -3)$.

4. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (-1, 5, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 2)$ и $\vec{x} = (2, 5, 5)$. Проверить, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{x} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 24

1. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ и $\vec{a}\vec{b} = 12$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (2, 3, -1)$ и $\vec{c} = (3, -1, 2)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\vec{x} = -4$ и $\vec{c}\vec{x} = 9$.
3. Выяснить, лежат ли точки $A(2, 5, -1)$, $B(-4, 1, 2)$, $C(1, 2, -3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.
4. Отрезок, ограниченный точками $A(-1, 8, 3)$ и $B(9, -7, -2)$, разделен точками C, D, E, F на пять равных частей. Найти координаты этих точек.
5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (3, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 2)$, $\vec{b}_1 = (2, 1)$, $\vec{b}_2 = (-9, 8)$, а точка O в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(2, -1)$. Точка M в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(-11, 6)$. Найти ее координаты в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 25

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ и $\vec{c} = (2, 2, 0)$. Найти вектор $[[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b}], 2\vec{c}] - (\vec{c}\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c})$.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{4}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$ и $|\vec{c}| = 3$, вычислить скалярное произведение $(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{b} - 3\vec{c})$.

3. Даны точки $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, -3)$ и $C(5, 2, 6)$. Вычислить площадь $\triangle ABC$.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, 0)$, $\vec{r} = (-3, 1, 2)$ и $\vec{s} = (8, 2, -4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, \sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 60° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 26

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Вычислить $|[3\vec{a}-\vec{b}, \vec{a}-2\vec{b}]|$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, -1, 3)$ и $\vec{c} = (-3, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b}\vec{x} = 9$ и $\vec{c}\vec{x} = 3$.
3. Найти объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2, -1, 1)$, $B(5, 5, 4)$, $C(3, 2, -1)$ и $D(4, 1, 3)$.
4. Даны векторы $\vec{p} = (-1, 2, -2)$, $\vec{q} = (2, 1, -3)$, $\vec{r} = (1, 0, 2)$ и $\vec{s} = (2, 4, -10)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.
5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(-1, 3\sqrt{3})$. В системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на некоторый угол α , та же точка имеет координаты $(2\sqrt{3}, -4)$. Найти угол α .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 27

1. Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -1, 0)$ и $\vec{c} = (0, 1, -2)$. Найти вектор \vec{d} длины $\sqrt{42}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ — правая.

2. Вектор \vec{x} ортогонален векторам $\vec{a} = (2, 1, -2)$ и $\vec{b} = (0, 2, 1)$ и образует острый угол с вектором $\vec{c} = (0, 1, -1)$. Найти вектор \vec{x} , зная, что $|\vec{x}| = \sqrt{5}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (0, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 1, -2)$ и $\vec{c} = (1, 2, 1)$. Найти вектор \vec{d} длины $2\sqrt{7}$, компланарный векторам \vec{a} и \vec{b} , ортогональный вектору \vec{c} и направленный так, что тройка $(\vec{a}, \vec{d}, \vec{c})$ — левая.

4. Даны точки $A(2, -1, 7)$ и $B(4, 5, -2)$. В каком отношении делит отрезок AB точка пересечения прямой AB с плоскостью Oxz ?

5. Даны формулы замены системы координат:

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x'_1 - 2x'_2 + x'_3, \\ x_2 = -1 + 2x'_1 - x'_3, \\ x_3 = x'_1 + x'_2. \end{cases}$$

Старые координаты точки M есть $(2, -2, 3)$. Найти новые координаты этой точки.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 28

1. Даны векторы $\vec{a} = (1, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 2, -1)$ и $\vec{c} = (0, 1, 2)$. Найти вектор $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] - \vec{b}^2(\vec{b} - 2\vec{a})$.

2. Даны вершины треугольника $A(7, 6)$, $B(3, 3)$ и $C(1, -2)$. Найти точку пересечения биссектрисы внутреннего угла при вершине A со стороной BC .

3. Выяснить, лежат ли точки $A(1, 4, 1)$, $B(1, 1, -2)$, $C(-1, 2, 3)$ и $D(0, 2, 1)$ в одной плоскости.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 4, -2)$, $\vec{r} = (0, 1, -1)$ и $\vec{s} = (3, 0, 4)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (2, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3)$, $\vec{b}_1 = (8, -9)$, $\vec{b}_2 = (1, 2)$, а точка P в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(-1, 2)$. Точка M в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ имеет координаты $(6, -11)$. Найти ее координаты в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$.

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 29

1. Выяснить, лежат ли точки $A(-2, 3, 4)$, $B(-3, 2, 1)$, $C(1, -1, 1)$ и $D(3, 3, 2)$ в одной плоскости.

2. Даны векторы $\vec{a} = (1, 3, -5)$, $\vec{b} = (-2, 4, -1)$ и $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Найти вектор \vec{x} такой, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{b} \cdot \vec{x} = -1$ и $\vec{c} \cdot \vec{x} = 1$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, 5, 3)$, $\vec{b} = (7, 2, -2)$ и $\vec{c} = (3, -2, 5)$. Компланарны ли векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $[-\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + 2\vec{c}]$?

4. Определить координаты концов отрезка, который точками $A(1, 7)$ и $B(-5, 1)$ разделен на три равные части.

5. Точка A в некоторой системе координат имеет координаты $(1, -\sqrt{3})$. Найти ее координаты в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на угол 30° .

Контрольная работа № 1 аналитической геометрии

Семестр II, физический факультет, дневное отделение

Вариант № 30

1. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 3, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 3, 2)$. Найти вектор $[\vec{b}, [\vec{a}, \vec{a} + \vec{c}]] - (\vec{b} + \vec{c})^2 \vec{a}$.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{c}| = 8$, вычислить скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$.

3. Даны векторы $\vec{a} = (1, 2, 1)$ и $\vec{b} = (1, 0, -1)$. Найти вектор \vec{c} длины $\sqrt{3}$, ортогональный \vec{a} и \vec{b} и направленный так, что тройка $(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$ – левая.

4. Даны векторы $\vec{p} = (1, 1, -2)$, $\vec{q} = (1, 2, 0)$, $\vec{r} = (1, -3, 2)$ и $\vec{s} = (-1, 7, -6)$. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{s} в этом базисе.

5. Даны две системы координат на плоскости: $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$, где $\vec{a}_1 = (3, -1)$, $\vec{a}_2 = (-1, 2)$, $\vec{b}_1 = (2, 1)$, $\vec{b}_2 = (-9, 8)$, а точка O в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(2, -1)$. Точка M в системе координат $(P; \vec{b}_1, \vec{b}_2)$ имеет координаты $(-11, 6)$. Найти ее координаты в системе координат $(O; \vec{a}_1, \vec{a}_2)$.