

Вопросы к экзамену по курсу «Аналитическая геометрия»

1. Направленный отрезок, направление на прямой, сонаправленность и антинаправленность. Откладывание направленного отрезка от точки. Направление отложенного от точки отрезка.
2. Направленный отрезок Отношение равенства направленных отрезков и его свойства. Определение геометрического вектора. Равенство векторов. Вектор и его изображения. Сонаправленность и антинаправленность векторов. Коллинеарность двух векторов. Компланарность трех векторов.
3. Сумма векторов и её алгебраические свойства. Правила параллелограмма и многоугольника. Произведение вектора на число и его алгебраические свойства. Критерий коллинеарности векторов в терминах произведения вектора на число.
4. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Критерий линейной зависимости векторов. Линейная зависимость двух, трёх и четырёх векторов. Определение базиса. Базисы на прямой, плоскости и в пространстве. Понятие ортонормированного базиса.
5. Определение базиса в пространстве геометрических векторов. Теорема о единственности разложения вектора по базису. Координаты вектора в базисе и их связь с операциями сложения векторов и умножения вектора на число.
6. Скалярное произведение векторов и его алгебраические свойства. Геометрические свойства скалярного произведения. Слабый закон сокращения. Направляющие косинусы вектора. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе.
7. Понятие ориентированной тройки векторов. Векторное произведение векторов. Критерий коллинеарности векторов в терминах векторного произведения. Геометрический смысл векторного произведения. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе.
8. Двойное векторное произведение. Формула «БАЦ минус ЦАБ». Тожество Якоби.
9. Смешанное произведение векторов. Критерий компланарности трёх векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Алгебраические свойства смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе.
10. Понятие системы координат. Координаты точки и координаты вектора в заданной аффинной системе координат. Деление отрезка в данном отношении.
11. Матрица перехода. Связь между координатами вектора при замене базиса. Формулы замены системы координат. Поворот координатных осей на заданный угол.
12. Кривая на плоскости, её общее и параметрические уравнения. Общее и параметрические уравнения окружности.
13. Прямая на плоскости и её направляющий вектор. Векторное, параметрические, каноническое и общее уравнения прямой на плоскости. Частные случаи общего уравнения прямой на плоскости.

14. Прямая на плоскости в прямоугольной декартовой системе координат: нормальный вектор прямой, уравнения прямой через нормальный вектор и точку, с угловым коэффициентом, в отрезках.
15. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пучок прямых.
16. Полуплоскость. Понятие главного вектора прямой. Теорема о расположении точки относительно прямой.
17. Прямая на плоскости в прямоугольной системе координат: расстояние от точки до прямой, угол между прямыми, критерий перпендикулярности прямых, ориентированный угол между прямыми.
18. Поверхность в пространстве, её общее и параметрическое уравнения. Общее и параметрические уравнения сферы.
19. Плоскость в аффинной системе координат. Виды уравнений плоскости: векторное, параметрические, каноническое, общее уравнения. Частные случаи общего уравнения плоскости.
20. Плоскости в прямоугольной системе координат: нормальный вектор плоскости, уравнение плоскости через нормальный вектор и точку, уравнение в отрезках.
21. Взаимное расположение двух плоскостей (без доказательства лемм, только формулировки). Пучок плоскостей.
22. Полупространство. Понятие главного вектора плоскости. Теорема о расположении точки в пространстве относительно плоскости.
23. Плоскость в прямоугольной системе координат: расстояние от точки до плоскости, угол между плоскостями, критерий перпендикулярности плоскостей.
24. Общие и параметрические уравнения линии в пространстве. Прямая в пространстве в аффинной системе координат: направляющий вектор, векторное, параметрические, канонические, общие уравнения прямой. Направляющий вектор прямой в пространстве, заданной общими уравнениями.
25. Взаимное расположение прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
26. Прямая в пространстве в прямоугольной системе координат: расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми, угол между прямой и плоскостью.
27. Эллипс, его элементы и геометрические характеристики.
28. Касательная к эллипсу, оптическое свойство эллипса. Параметризация эллипса.
29. Гипербола, её элементы и геометрические характеристики. Сопряженная гипербола.
30. Касательная к гиперболе, оптическое свойство гиперболы. Параметризация ветвей гиперболы.
31. Парабола, её элементы и геометрическая характеристика. Касательная к параболе. Оптическое свойство параболы.

32. Определение квадрики на плоскости. Теорема о классификации квадрик на плоскости (формулировка теоремы и доказательство шага 1). Типы канонических уравнений квадрик на плоскости.
33. Определение квадрики на плоскости. Теорема о классификации квадрик на плоскости (формулировка теоремы и доказательство шагов 2 и 3). Типы канонических уравнений квадрик на плоскости.
34. Цилиндрическая поверхность. Теорема об общем уравнении цилиндрической поверхности в подходящей прямоугольной системе координат. Цилиндры второго порядка.
35. Коническая поверхность. Конус второго порядка. Теорема о конусе второго порядка.
36. Определение квадрики в пространстве. Эллипсоид. Исследование его формы методом сечений.
37. Гиперболоиды: однополостный и двуполостный. Исследование их формы методом сечений.
38. Параболоиды: эллиптический и гиперболический. Исследование их формы методом сечений.
39. Определение квадрики в пространстве. Теорема о классификации квадрик в пространстве. Типы канонических уравнений квадрик в пространстве.
40. Понятие прямолинейной образующей поверхности. Прямолинейные образующие цилиндров, конуса, эллипсоида, двуполостного гиперболоида и эллиптического параболоида. Теорема о прямолинейных образующих гиперболического параболоида.
41. Понятие прямолинейной образующей поверхности. Теорема о прямолинейных образующих однополостного гиперболоида.