

Алгоритм нахождения наиб. и наим. значения непрерывной функции на отрезке

- 1). Найти **критические** точки функции, т.е. точки в которых $f'(x) = 0$ или $f'(x)$ не существует.
- 2). Выбрать среди них **внутренние** точки, т.е. те, которые лежат на интервале (a, b) .
- 3). Вычислить значения функции в полученных точках и на концах отрезка.
- 4). Выбрать наибольшее и наименьшее среди найденных значений.

Алгоритм нахождения значения наиб. и наим. непрерывной функции на отрезке. Пример 1

Пример 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$ на отрезке $[-2, 2]$. Функция непрерывна на \mathbb{R} (упр.)

Решение. 1). $y' = 6x^2 - 6x - 12 =$

$$= 6(x^2 - x - 2) = 6(x + 1)(x - 2)$$

$$y' = 6(x + 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$$

y' существует для любого $x \in \mathbb{R}$

Алгоритм нахождения значения наиб. и наим. непрерывной функции на отрезке. Пример 1

2). $x_1 \in (-2, 2)$, $x_2 \notin (-2, 2)$.

3). $y(x_1) = y(-1) =$

$$= 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 12(-1) + 6 = 13$$

$$y(-2) = 2(-2)^3 - 3(-2)^2 - 12(-2) + 6 = 2$$

$$y(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 6 = -14$$

4). наиб. $y = 13$ наим. $y = -14$

Алгоритм нахождения значения наиб. и наим. непрерывной функции на отрезке. Пример 2

Пример 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x - 3\sqrt[3]{x}$ на отрезке $[-1,1]$.

Решение. 1). $y' = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = y' = \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[3]{x^2}}$

$$y' = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \pm 1$$

y' не существует при $x_3 = 0$

Алгоритм нахождения значения наиб. и наим. непрерывной функции на отрезке. Пример 2

$$2). x_{1,2} \notin (-1,1), x_3 \in (-1,1)$$

$$3). y(x_3) = y(0) = 0$$

$$y(-1) = 2$$

$$y(1) = -2$$

$$4). \text{наиб. } y = 2 \quad \text{наим. } y = -2$$